

## **Fatigue – Endommagement – Rupture**

Sylvia Feld-Payet,

Département Matériaux et Structures, Onera

# Introduction

**Contexte industriel : savoir prédire la rupture pour éviter les accidents**

→ accident du 2 juin 2006 sur moteur CF6 d'un B767



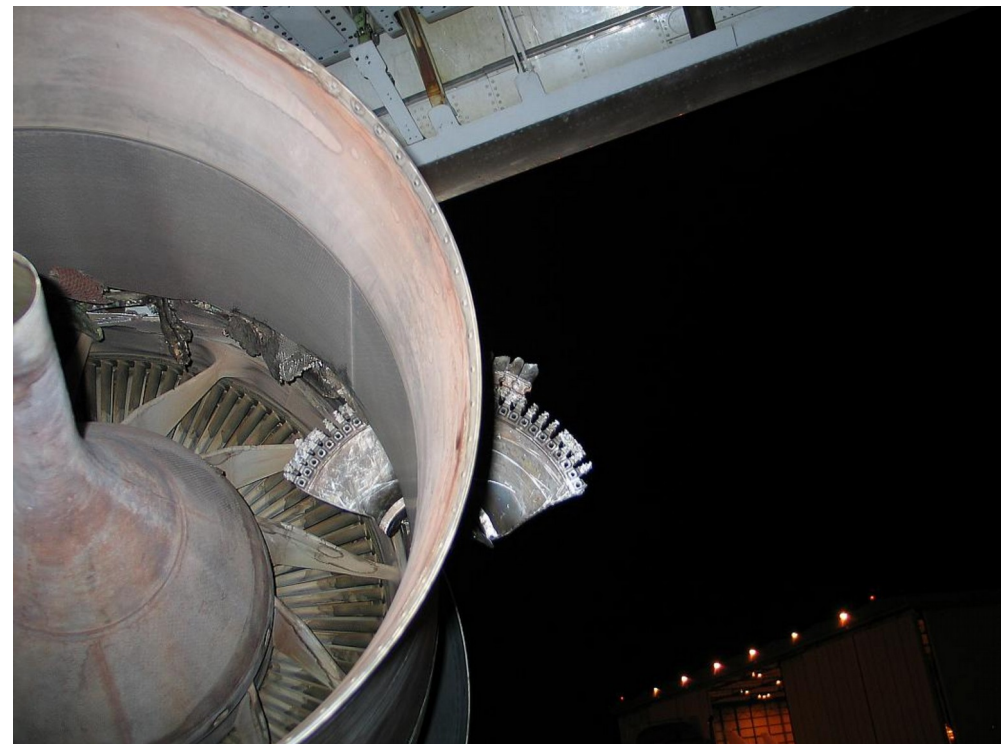
Rupture de disque de turbine HP non-retenue lors d'essais sur point de stationnement à LA



# Introduction

**Contexte industriel : savoir prédire la rupture pour éviter les accidents**

→ accident du 2 juin 2006 sur moteur CF6 d'un B767



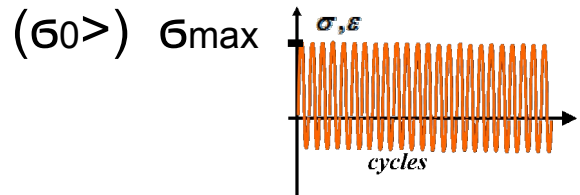
Chargement en fatigue: un cycle = un vol (décollage, vol en croisière, atterrissage)

# Introduction

Chargements fréquents de faible amplitude

Calcul de durée de vie à l'amorçage

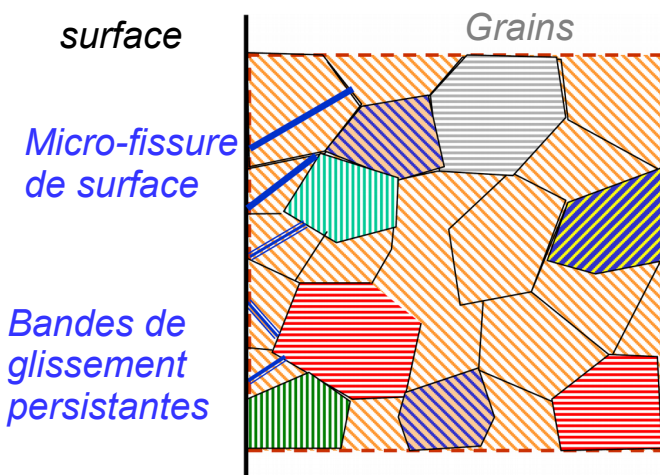
## Fatigue



### Endommagement :

$D = N/N_{\text{amorçage}}$  = fraction de vie  
→ longtemps difficilement décelable

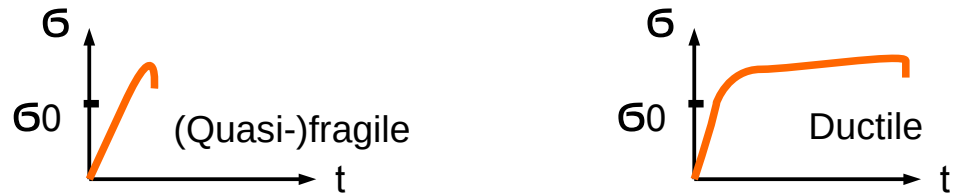
Loi de comportement + critères



Chargements rares d'amplitude importante

Calcul de chargement critique à l'amorçage

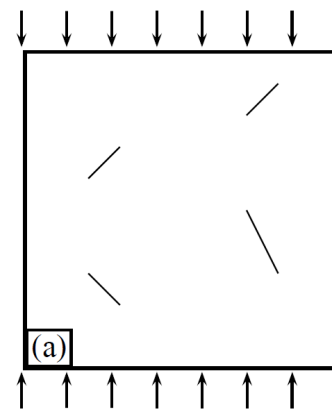
## Sous chargement critique



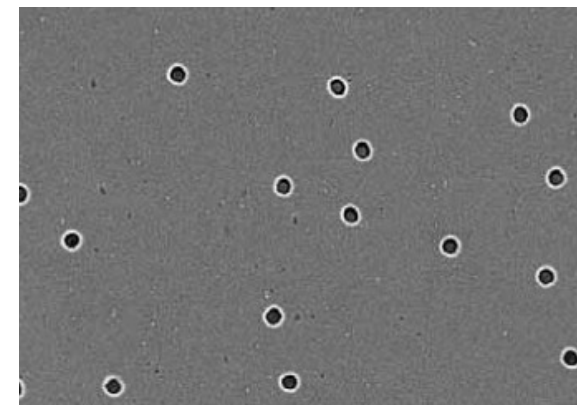
### Endommagement :

$D$  ou  $f = g(\text{déf élastique/triaxialité, plast. cum})$   
→ observable par variation de propriété méca.

Loi de comportement (couplée ou non)



[Berdin et al., 2004]



[A. Weck, D. Wilkinson, McMaster University, Canada]

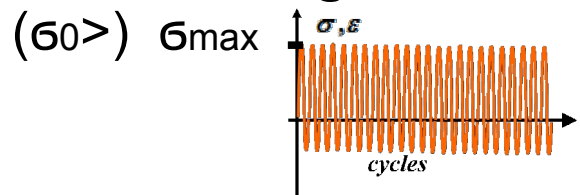


# Introduction

Chargements fréquents de faible amplitude

Calcul de durée de vie à l'amorçage

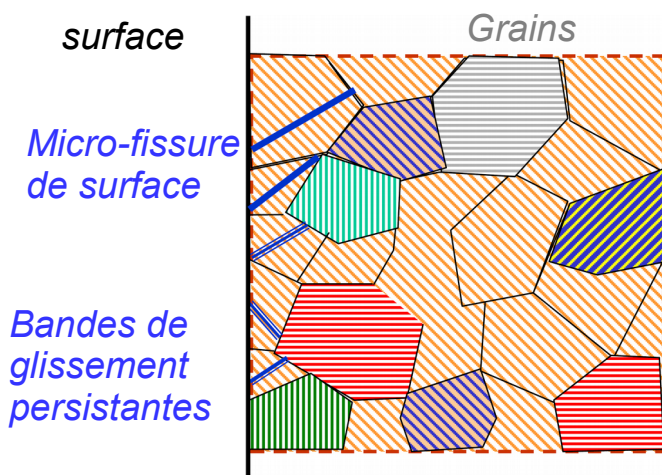
## Fatigue



### Endommagement :

$D = N/N_{\text{amorçage}}$  = fraction de vie  
→ longtemps difficilement décelable

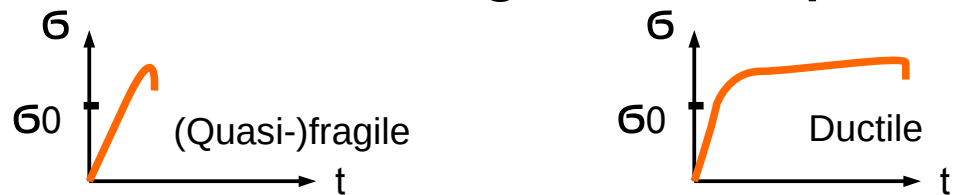
Loi de comportement + critères



Chargements rares d'amplitude importante

Calcul de chargement critique à l'amorçage

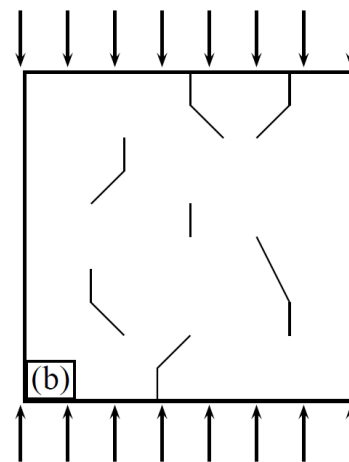
## Sous chargement critique



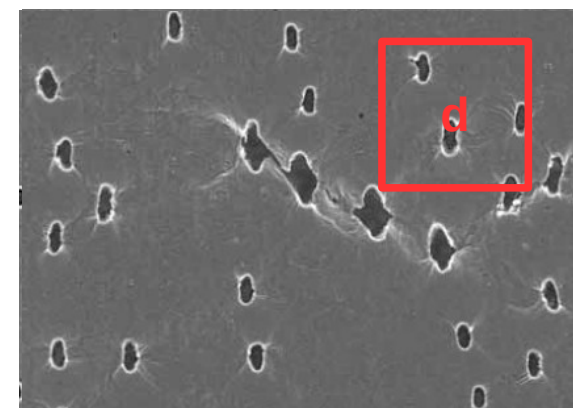
### Endommagement :

$D$  ou  $f = g(\text{déf élastique/triaxialité, plast. cum})$   
→ observable par variation de propriété méca.

Loi de comportement (couplée ou non)



[Berdin et al., 2004]



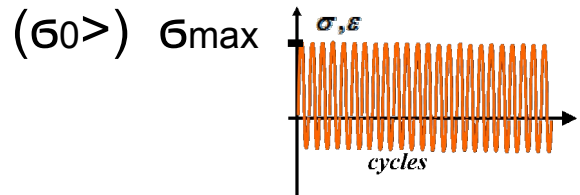
[A. Weck, D. Wilkinson, McMaster University, Canada]

# Introduction

Chargements fréquents de faible amplitude

**Tolérance au dommage**

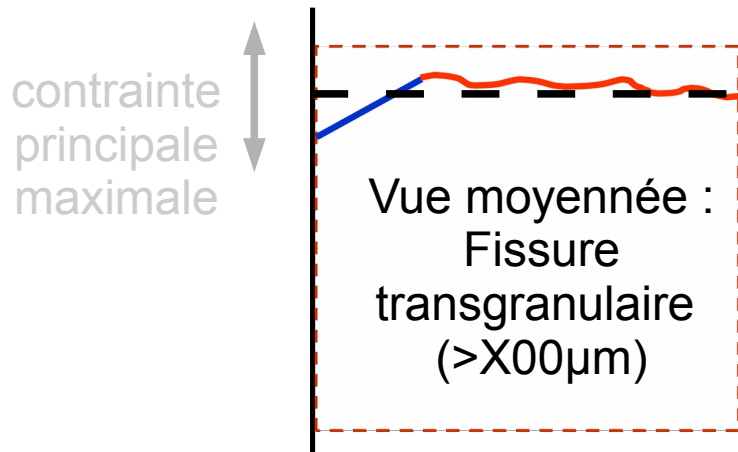
## Fatigue



## Rupture :

Mécanique Linéaire de la Rupture

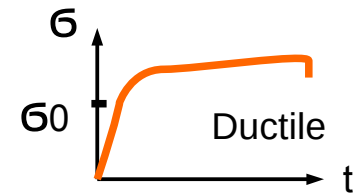
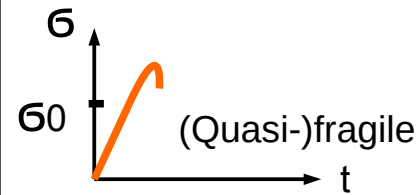
Lois de propagation et critères de bifurcation



Chargements rares d'amplitude importante

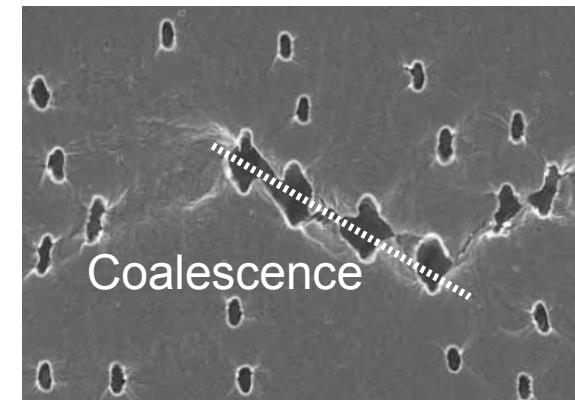
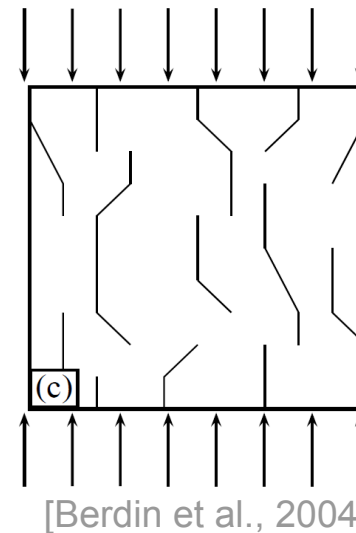
**Résistance aux efforts exceptionnels...accidentels**

## Sous chargement critique



## Rupture :

Modèle couplé avec localisation/  
Mécanique Linéaire de la Rupture /  
Extension en plasticité généralisée



[A. Weck, D. Wilkinson, McMaster University, Canada]

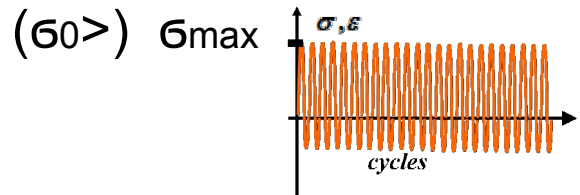


# Introduction

Chargements fréquents de faible amplitude

**Tolérance au dommage**

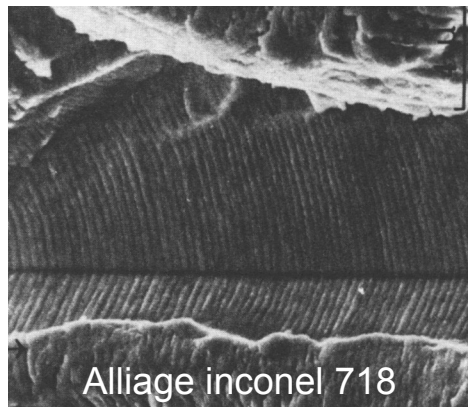
## Fatigue



## Rupture :

Mécanique Linéaire de la Rupture

Lois de propagation et critères de bifurcation

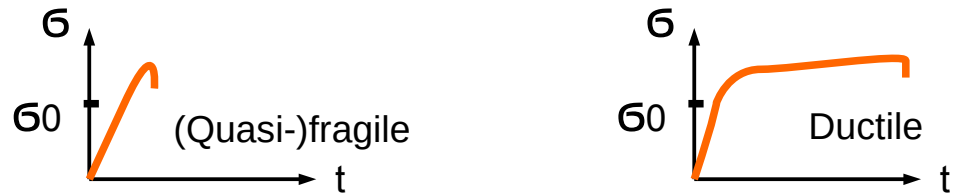


Stries de fatigue à chaque cycle

Chargements rares d'amplitude importante

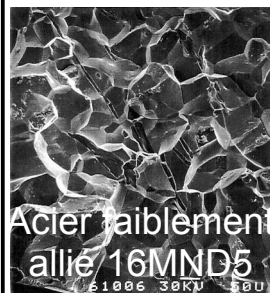
**Résistance aux efforts exceptionnels...accidentels**

## Sous chargement critique



## Rupture :

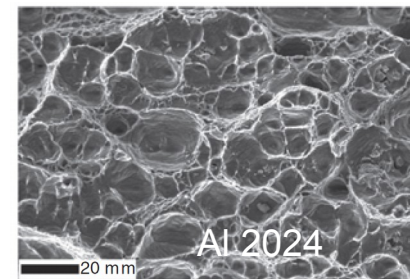
Modèle couplé avec localisation/  
Mécanique Linéaire de la Rupture /  
Extension en plasticité généralisée



Rupture  
intergranulaire.  
[Yahya, 1997]



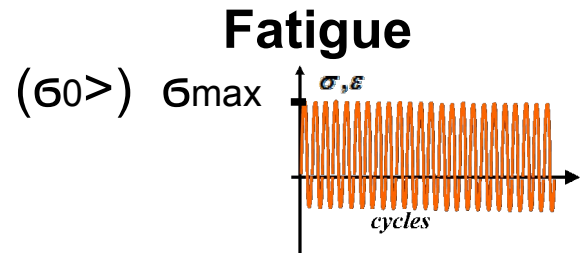
Rupture fragile par  
clivage  
[François et al. 1998]



[Bron 2004]

# Introduction

## Chargements fréquents de faible amplitude



### Endommagement :

$D = N / N_{\text{amorçage}}$  = fraction de vie

Loi de comportement + critères

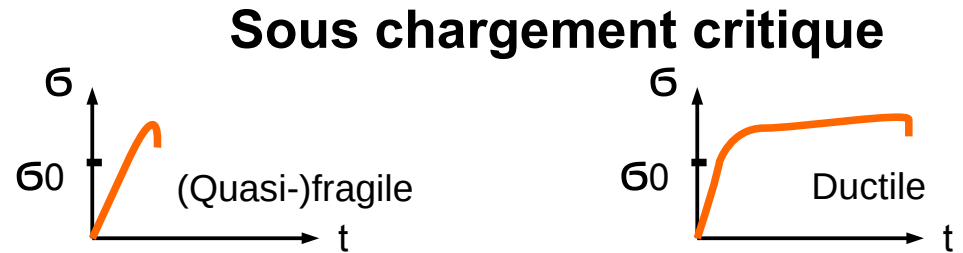
*Transition endommagement-  
fissures courtes-fissures macro?*

### Rupture :

Mécanique Linéaire de la Rupture

Lois de propagation et critères de bifurcation

## Chargements rares d'amplitude importante



### Endommagement :

$D$  ou  $f = g(\text{déf élastique/triaxialité, plast. cum})$

Loi de comportement (couplée ou non) pour

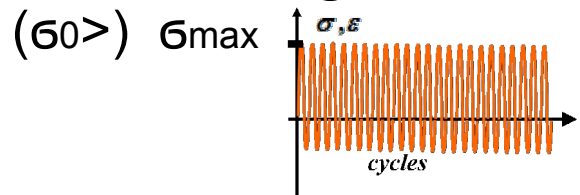
*Transition endommagement-rupture*

### Rupture :

Modèle couplé avec localisation/  
Mécanique Linéaire de la Rupture /  
Extension en plasticité généralisée



## Fatigue



### 1- Endommagement

- a- Les grandeurs caractéristiques
- b- Critères en multiaxial -chargement cyclique
- c- Chargement quelconque

Des challenges

Un exemple

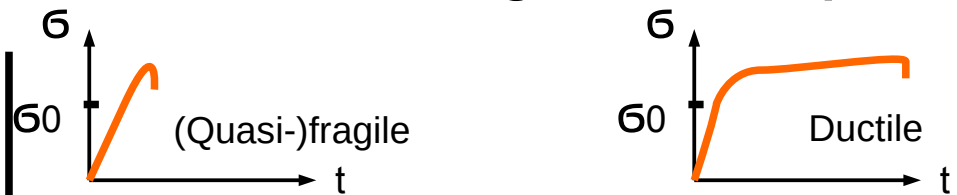
### 2- Rupture

- a- Les grandeurs énergétiques
- b- Détermination de l'avancée du front
- c- Effets liés à la plasticité

Des challenges

Un exemple

## Sous chargement critique



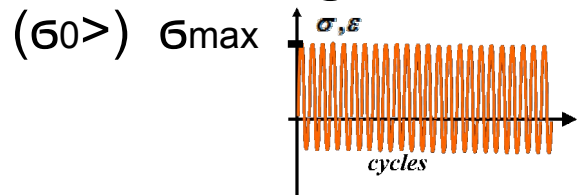
### 3- Endommagement et rupture

- a- La dépendance au maillage
- b- Les modélisations de la fissuration discrète
- c- Relocalisation

Les challenges

Un exemple

## Fatigue



### 1- Endommagement

- a- Les grandeurs caractéristiques
- b- Critères en multiaxial -chargement cyclique
- c- Chargement quelconque

Des challenges

Un exemple

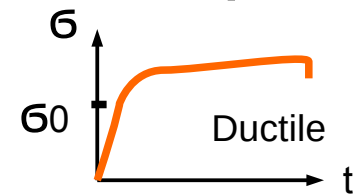
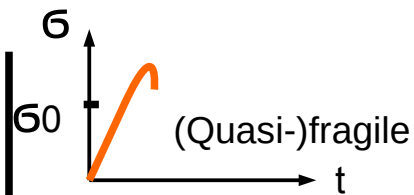
### 2- Rupture

- a- Les grandeurs énergétiques
- b- Détermination de l'avancée du front
- c- Effets liés à la plasticité

Des challenges

Un exemple

## Sous chargement critique



### 3- Endommagement et rupture

- a- La dépendance au maillage
- b- Les modélisations de la fissuration discrète
- c- Relocalisation

Les challenges

Un exemple

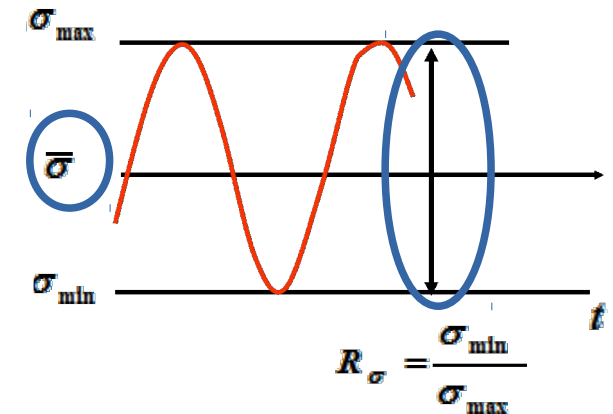


# 1. Endommagement en fatigue

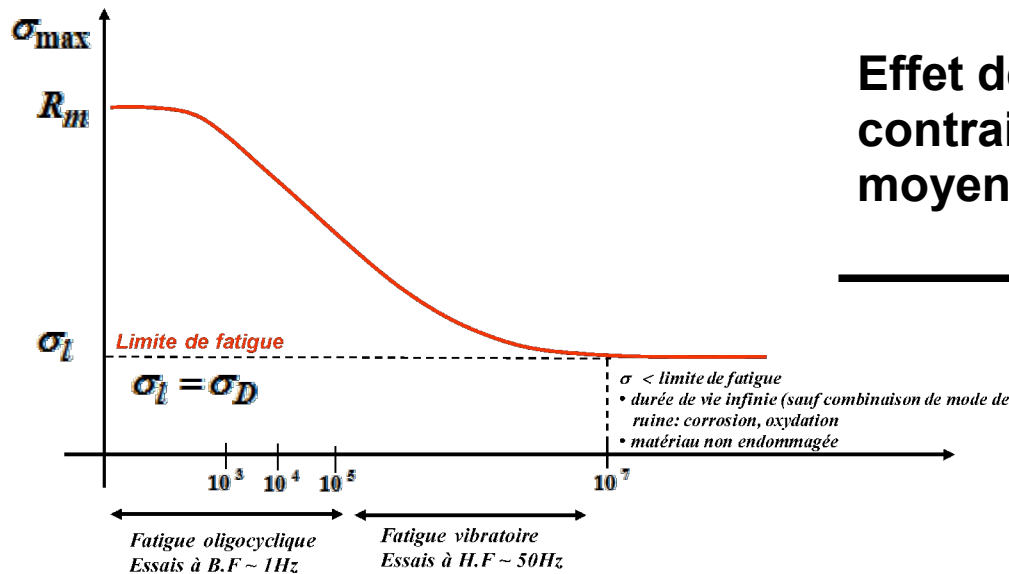
## a. Les grandeurs caractéristiques de l'endommagement en fatigue

2 paramètres de chargement :

- une amplitude (en contrainte ou en déformation)
- et une contrainte moyenne (ou rapport de charge R)

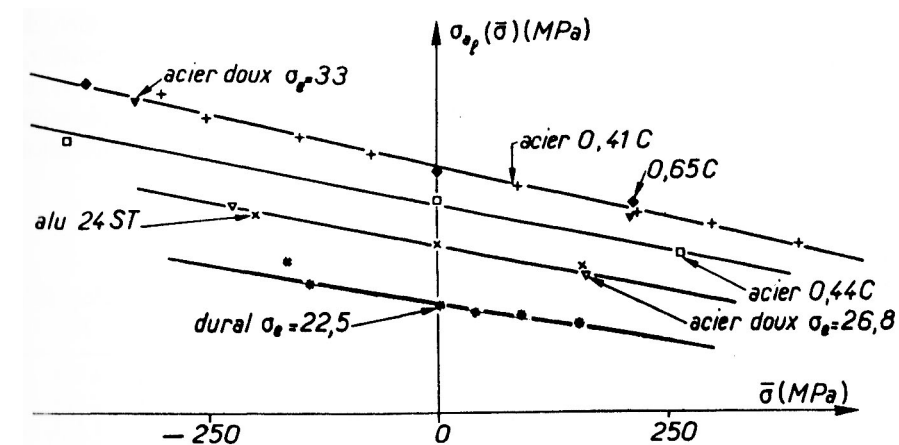


Loi de Woehler-Miner :



**Effet de la contrainte moyenne**

Diagramme de Haigh



# 1. Endommagement en fatigue

## b. Critères en multiaxial pour un chargement cyclique

### Critères globaux:

2 paramètres de chargement :

- une amplitude (en contrainte ou en déformation)

→ amplitude de cisaillement octaédral  $A_{II}$

$$A_{II} = \sqrt{\frac{1}{2} [(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_1 - a_3)^2]} \quad \text{Chargement proportionnel} \quad a_i = \frac{\Delta\sigma_i}{2}$$

- et une contrainte moyenne → pression hydrostatique  $p$

→ Sines, Crossland

**Critères type plan critique:** Dang-Van, Fatemi-Socie, Brown et Miller, ...

**Critères énergétiques:** Ellyin 1974, ... Palin-Luc, Banvillet, 2003



# 1. Endommagement en fatigue

## c. Chargement quelconque

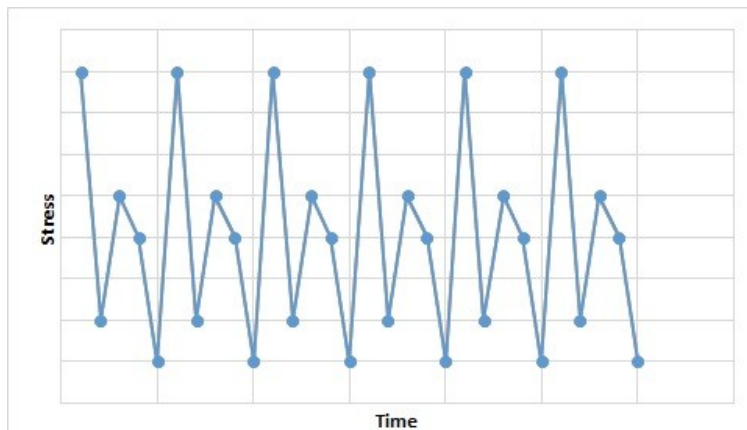
- **Méthode incrémentale:**  $\dot{D} = f(\text{chargement}) \times \dot{p}$

Difficultés:

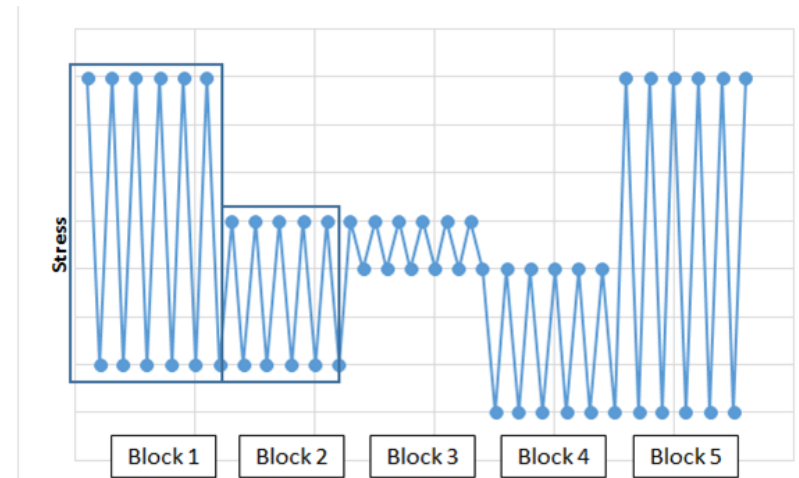
- quid quand pas de plasticité?
- prise en compte de l'effet de contrainte moyenne

### - **Méthode en cycle:**

Définition d'un cycle représentatif



méthode rainflow  
→

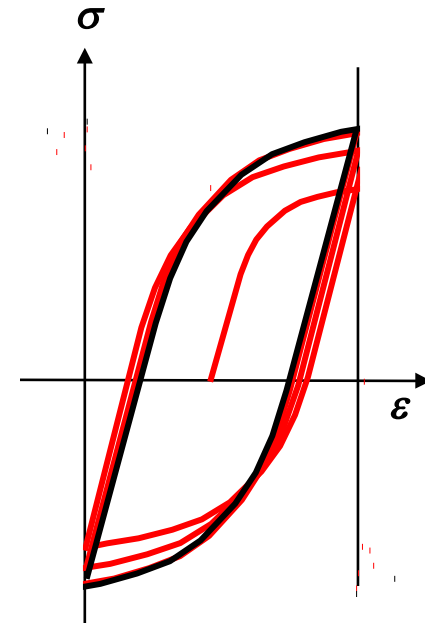


+ cumul non linéaire du dommage

[en.wikipedia.org/wiki/Rainflow-counting\_algorithm]

# Des challenges liés à l'endommagement en fatigue

- Multiaxialité
- Compréhension des mécanismes d'amorçage au niveau micro  
(aspect multi-échelle)
- Prise en compte de gradients importants (présence de trous)
- Contraintes résiduelles → cf exemple
- Challenge numérique: arriver au **cycle stabilisé** pour des comportements non linéaires sur de grandes pièces → calculs lourds → parallélisme



# Exemple pour l'endommagement en fatigue

## Analyse de durée de vie en présence de grenailage

[Thèse Amélie Morancois 2016, M. François, P. Kanouté, M. Fèvre, S. Kruch, A. Longuet – UTT-Onera-Safran Snecma]

Aube de turbine Haute Pression Superalliage monocristallin à base de Nickel (AM1)



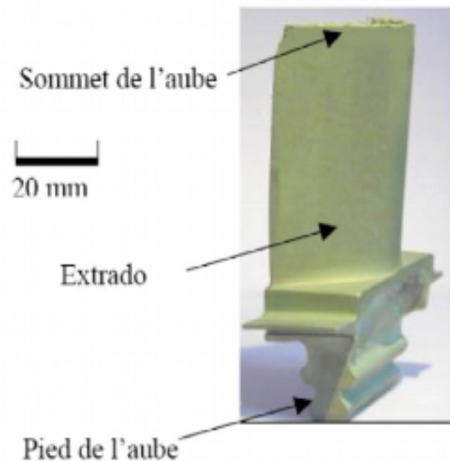
→ Pied d'aube

- Chargement thermo-mécanique ( $T \approx 650\text{ °C}$ )

- Géométrie complexe :

→ Concentration de contraintes :  $K_t \approx 2$

( $K_t$  : coef de concentration des contraintes)





# Exemple pour l'endommagement en fatigue

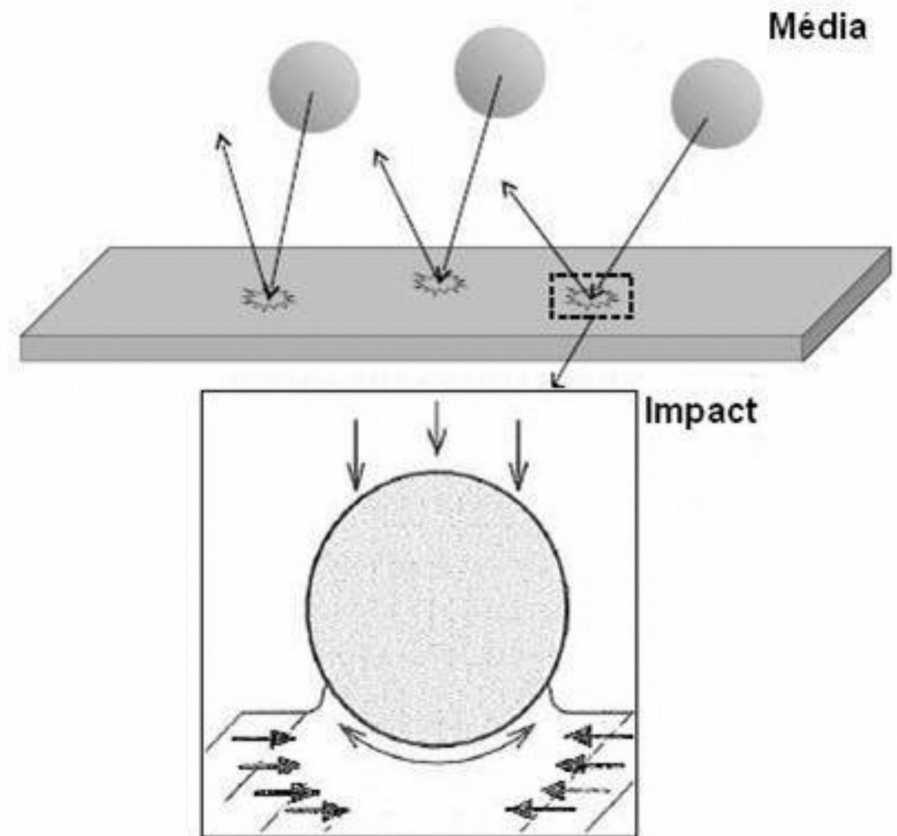
## Analyse de durée de vie en présence de grenaillage

[Thèse Amélie Morançais 2016, M. François, P. Kanouté, M. Fèvre, S. Kruch, A. Longuet – UTT-Onera-Safran Snecma]

Grenaillage par Ultrasons du pied d'aube  
→ projection de billes à grande vitesse sur  
la surface de la pièce

Objectif :

**Amélioration des performances en  
fatigue grâce à la mise en compression  
de la couche superficielle  
→ contraintes résiduelles**

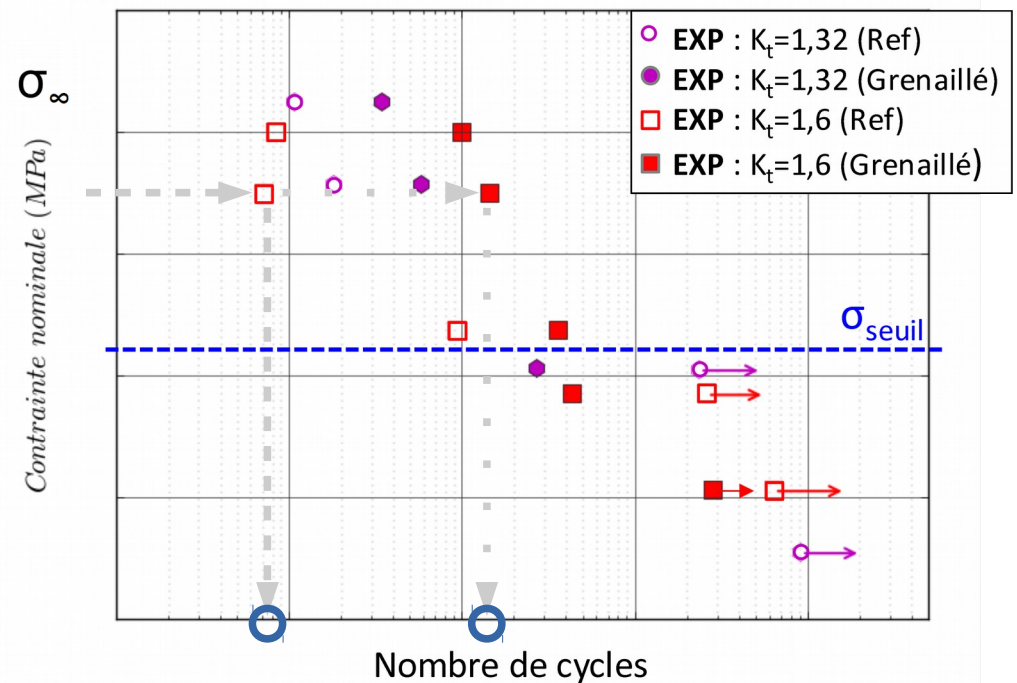
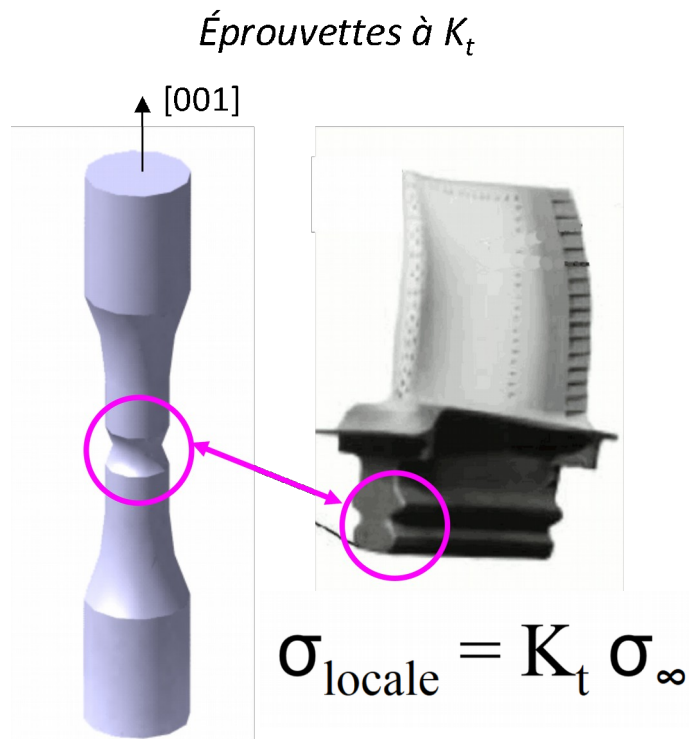


# Exemple pour l'endommagement en fatigue

## Analyse de durée de vie en présence de grenailage

[Thèse Amélie Morandais 2016, M. François, P. Kanouté, M. Fèvre, S. Kruch, A. Longuet – UTT-Onera-Safran Snecma]

Essais s. chargement cyclique : Contraintes imposées,  $R_s = 0$ ,  $f = 15$  Hz,  $T = 650$  °C



$\sigma^{NOM} > \sigma_{seuil}$  le grenailage augmente la DDV

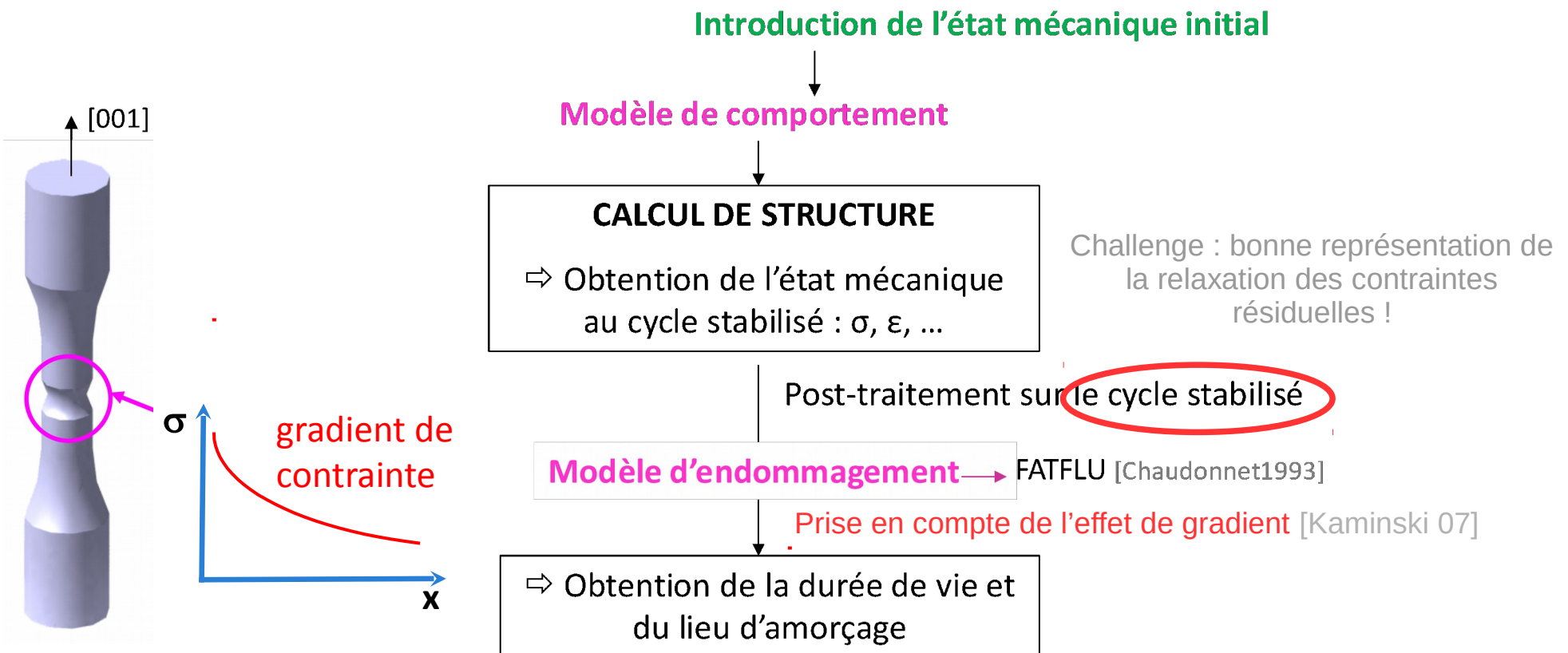
$\sigma^{NOM} < \sigma_{seuil}$  le grenailage semble néfaste

# Exemple pour l'endommagement en fatigue

## Analyse de durée de vie en présence de grenailage

[Thèse Amélie Morancois 2016, M. François, P. Kanouté, M. Fèvre, S. Kruch, A. Longuet – UTT-Onera-Safran Snecma]

Plusieurs calculs éléments finis pour différentes contraintes nominales:



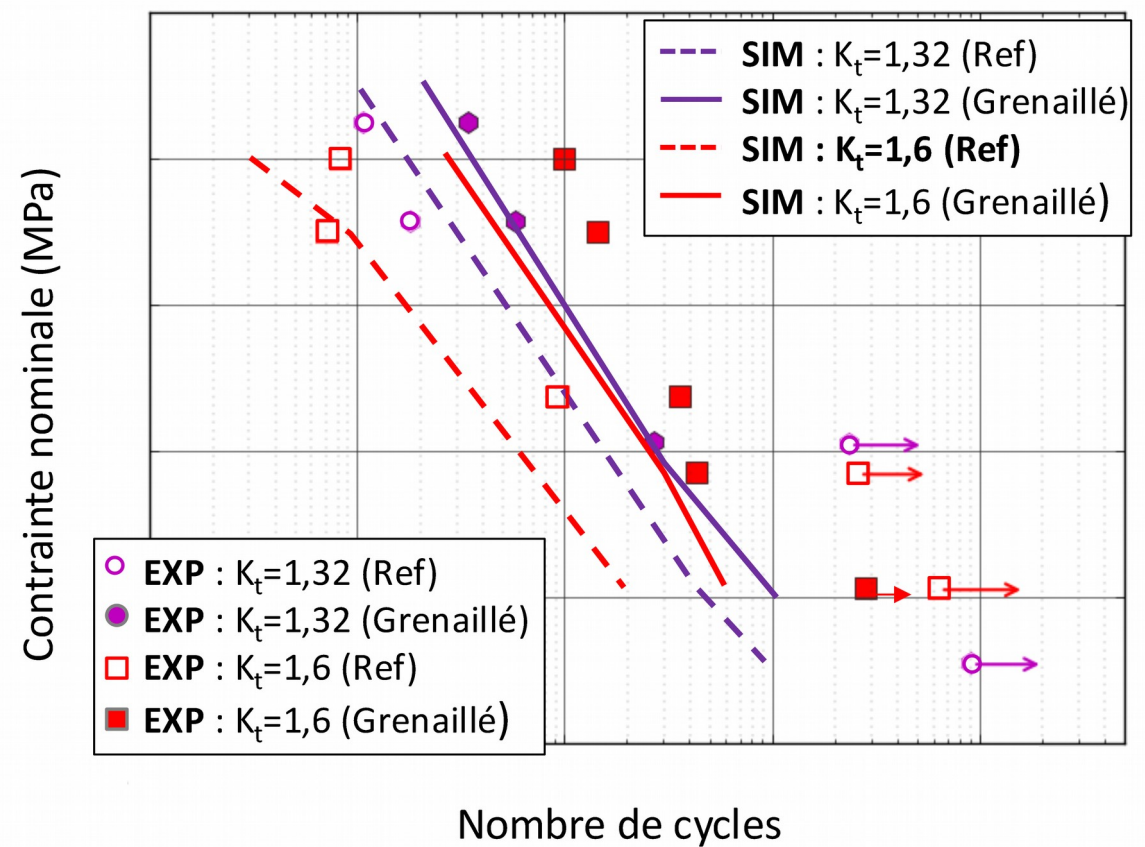


# Exemple pour l'endommagement en fatigue

## Analyse de durée de vie en présence de grenailage

[Thèse Amélie Morançais 2016, M. François, P. Kanouté, M. Fèvre, S. Kruch, A. Longuet – UTT-Onera-Safran Snecma]

Résultat de la chaîne complète:



# Exemple pour l'endommagement en fatigue

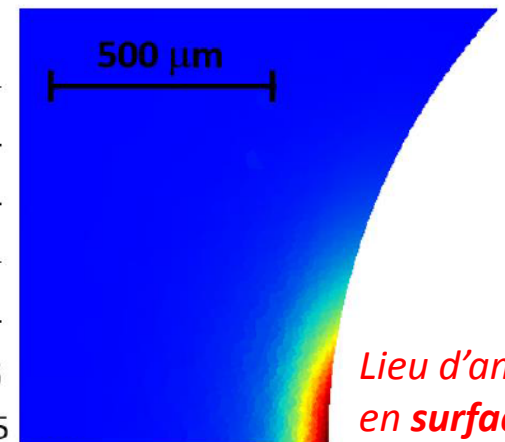
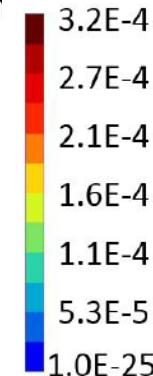
## Analyse de durée de vie en présence de grenailage

[Thèse Amélie Morançais 2016, M. François, P. Kanouté, M. Fèvre, S. Kruch, A. Longuet – UTT-Onera-Safran Snecma]

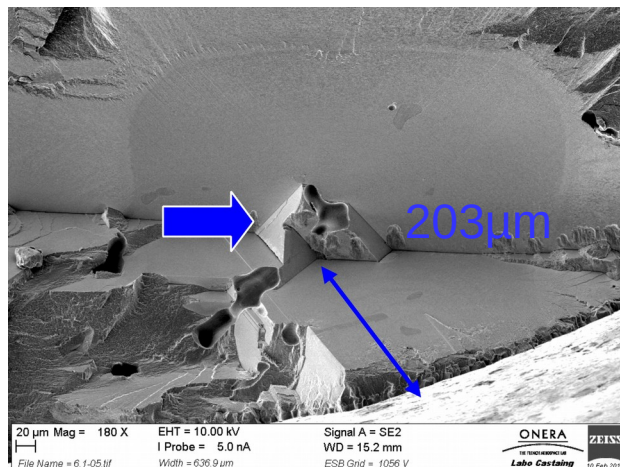
Comparaisons:

Calcul **SANS** introduction d'un état mécanique initial

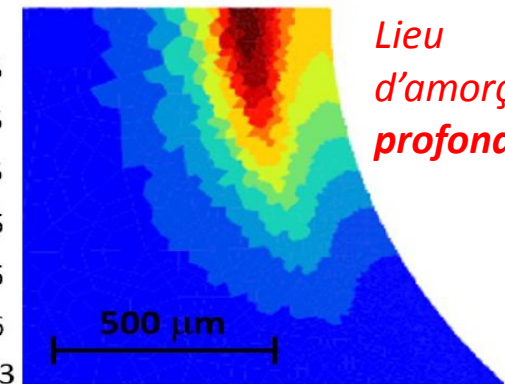
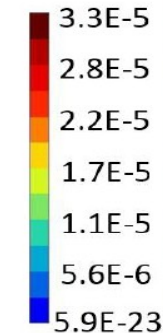
Domage



*Lieu d'amorçage en **surface***



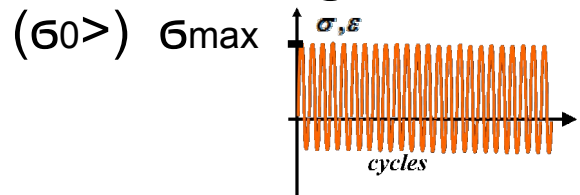
Domage



*Lieu d'amorçage en **profondeur***

Calcul **AVEC** introduction d'un état mécanique initial

## Fatigue



### 1- Endommagement

- a- Les grandeurs caractéristiques
- b- Critères en multiaxial -chargement cyclique
- c- Chargement quelconque

Des challenges

Un exemple

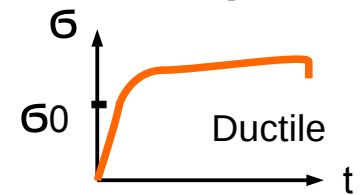
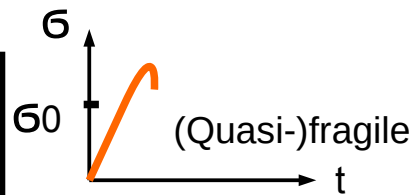
### 2- Rupture

- a- Les grandeurs énergétiques
- b- Détermination de l'avancée du front
- c- Effets liés à la plasticité

Des challenges

Un exemple

## Sous chargement critique



### 3- Endommagement et rupture

- a- La dépendance au maillage
- b- Les modélisations de la fissuration discrète
- c- Relocalisation

Les challenges

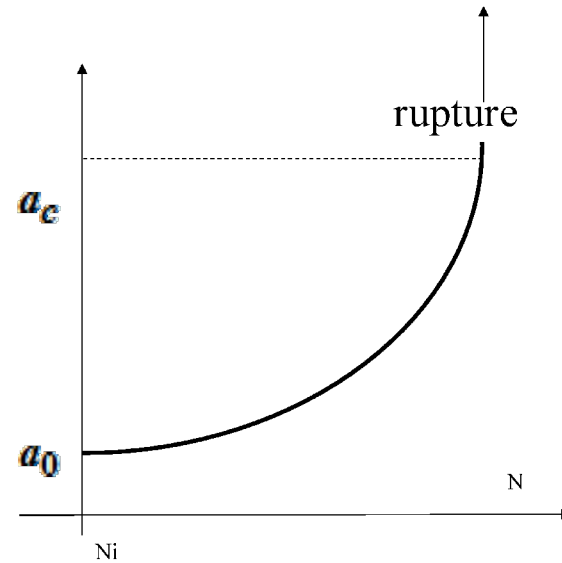
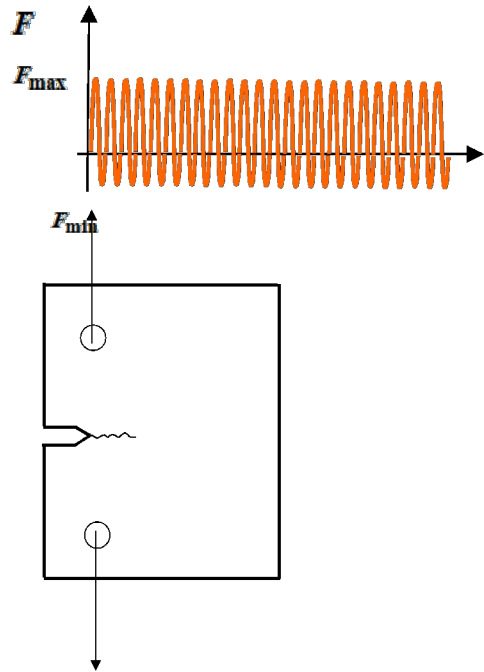
Un exemple



# 2. Rupture en fatigue

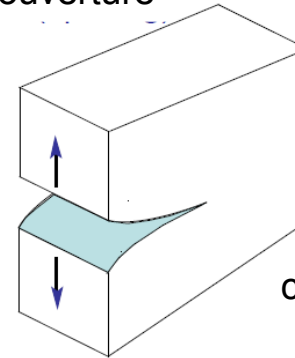
## a. Les grandeurs liées à la fissuration en fatigue

[L. Noels, Université de Liège]



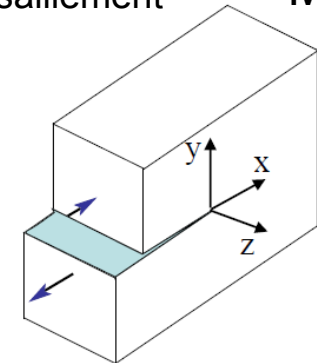
ouverture

Mode I



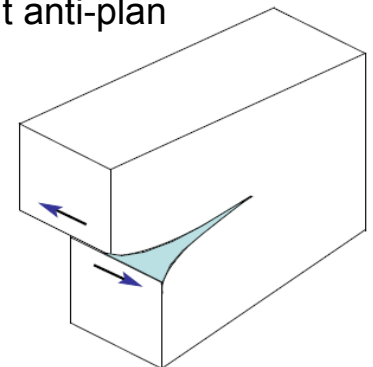
cisaillement

Mode II



cisaillement anti-plan

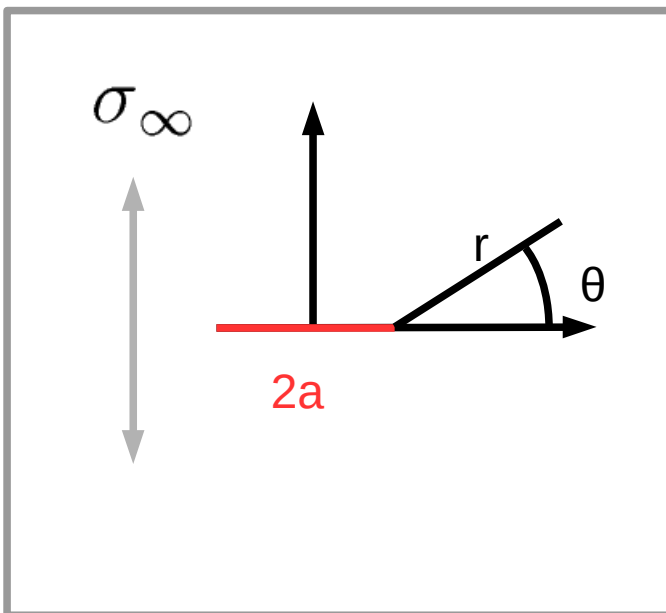
Mode III



## 2. Rupture en fatigue

### a. Les grandeurs liées à la fissuration en fatigue

Extension de la mécanique des milieux continus (généralement linéaire) avec fissure macroscopique représentée (cf 3.b)



(Contraintes planes)

**Solution de Westergaard** - milieu plan fini peu épais :

$$[\sigma] = \frac{K_{\text{mode}}}{\sqrt{2\pi r}} [f(\theta)]$$

singularité des champs

Lien avec **solution de Muskhelishvili**

- milieu infini dans les 2 directions :

$$K_{\text{mode}} = \sigma_\infty \sqrt{\pi a}$$

Facteur  
d'intensité des  
contraintes

Généralisation avec les séries de Williams (élasticité isotrope):

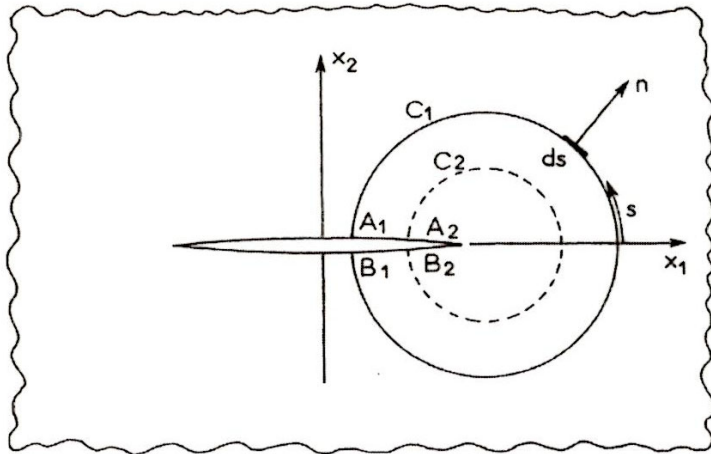
1<sup>er</sup> terme : singulier en  $1/\sqrt{r}$

2<sup>ème</sup> terme : constant = contrainte T

## 2. Rupture en fatigue

### a. Les grandeurs liées à la fissuration en fatigue

(Griffith) La progression de la fissure peut être caractérisée par l'énergie élastique libérée lors d'un accroissement infinitésimal



Taux de restitution d'énergie :  $G = -\frac{dE_p}{da}$

Comment le calculer ? Problèmes élastiques plans :

Intégrale de Rice :  $G = J = \int_C \left( \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Énergie de déformation}}}{w_e} n_1 - \sigma_{ij} n_j \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) ds$

Formule d'Irwin pour un milieu isotrope élastique:

$$G = \frac{1 - \nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + \nu}{E} K_{III}^2$$

:

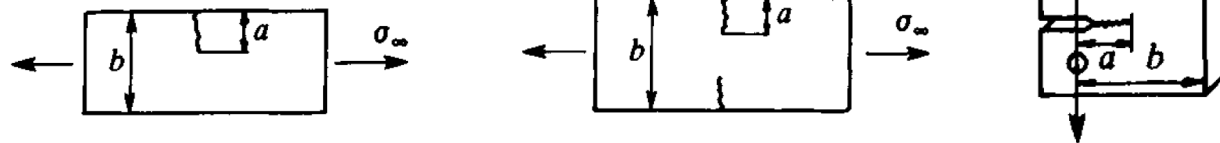


## 2. Rupture en fatigue

### a. Les grandeurs liées à la fissuration en fatigue

Comment obtenir :  $K_I, G$  ?

#### - Formulaires



- exploitation d'un champ dense (d'un résultat de calcul EF ou d'une corrélation d'images) + relation de comportement :

#### Approches énergétiques par perturbation

Virtual Crack Closure Technique,  
Virtual Crack Extension

→ Nécessite des maillages **cartésiens près du front**

#### Intégrales de domaine

De Lorenzi, Intégrale J, Méthode G- $\theta$ ,  
Intégrale d'interaction (calcul des  $K_I$ )

→ Nécessite des techniques de lissage  
pour les maillages non structurés

- Méthode de corrélation cinématique, ex :  $\underline{u} = \frac{K_{\text{mode}}}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \underline{g}(\theta)$  (Contraintes planes)

## 2. Rupture en fatigue

### b. Détermination de l'avancée du front

#### Les critères de bifurcation

→ en cas de fissuration initiale incompatible, chargement complexe non proportionnel, présence d'une singularité géométrique (ex : trou)

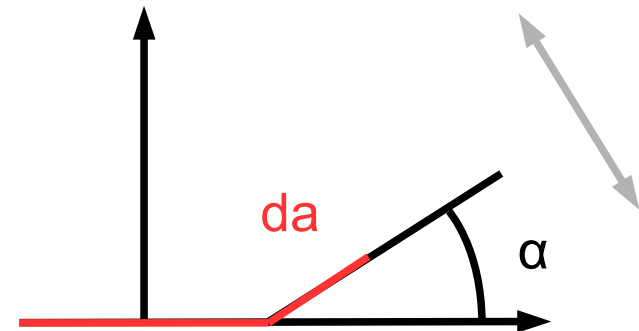
#### - Critère de la contrainte normale maximale

- connaissance de  $K_I$  et  $K_{II}$
- analogue à : déformation maximale, critère de Sih (densité d'énergie élastique maximale, à une certaine distance de la pointe de la fissure)

#### - Critère $K_{II}^*=0$ (pour la fissure branchée)

= Principe de symétrie locale

→ mode I pur en fond de fissure



#### - Critère du taux de restitution d'énergie maximal

## 2. Rupture en fatigue

### b. Détermination de l'avancée du front

En supposant la direction d'avancée connue,

Loi de Paris : 
$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m$$

$$\Delta K = K_r(a) \Delta F$$

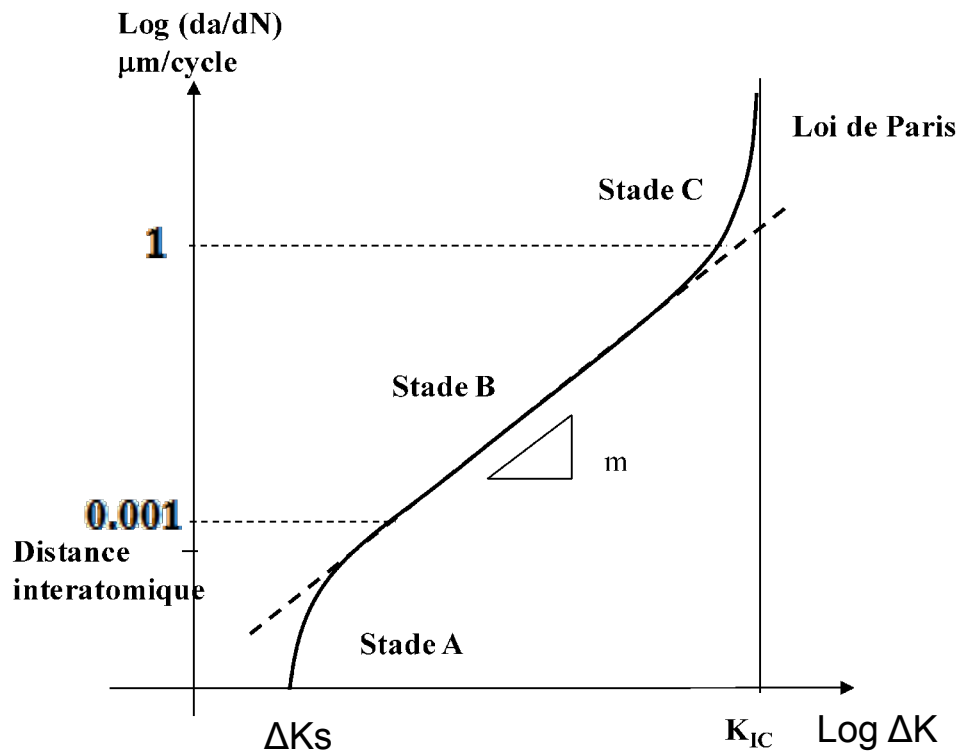
Facteur d'intensité des contraintes réduit ( $\Delta F=1$ )

Ne rend pas compte des deux asymptotes:

- Seuil au dessous duquel croissance de la fissure quasi nulle

- Rupture par instabilité

→ loi de Forman, effet de R (cf exemple)



Tenacité du matériau correspondant à la propagation brutale de la fissure par instabilité

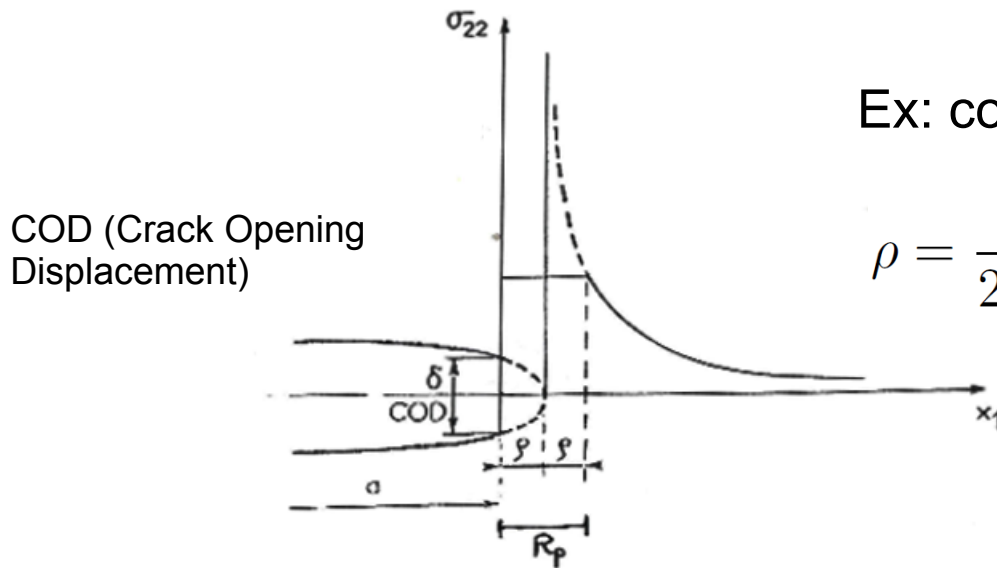


## 2. Rupture en fatigue

### c. Les effets liés à la plasticité confinée en pointe de fissure

→ introduction de taille de zone plastique et/ou de seuils sur les  $K_I$

#### - Zone plastique en pointe de fissure



Ex: correction plastique d'Irwin (contraintes planes)

$$\rho = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_y^2}$$

$$\delta = [|u_2(x_1 = a)|] = \frac{8}{2\pi} \frac{K_I^2}{E\sigma_y}$$

→ conséquence: traînée plastique

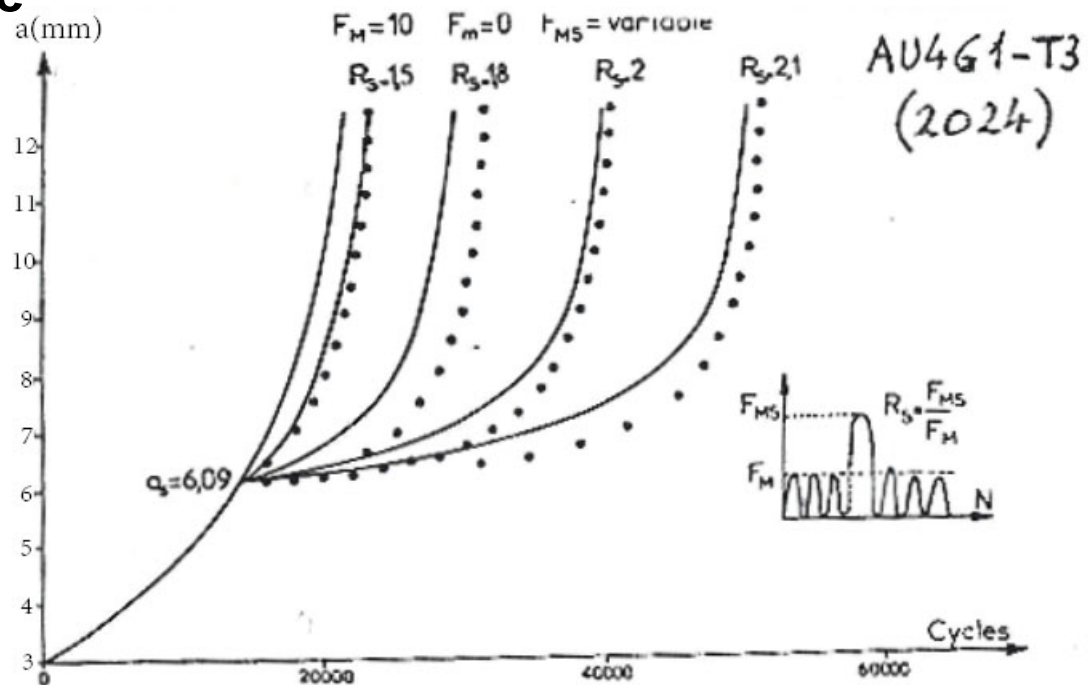
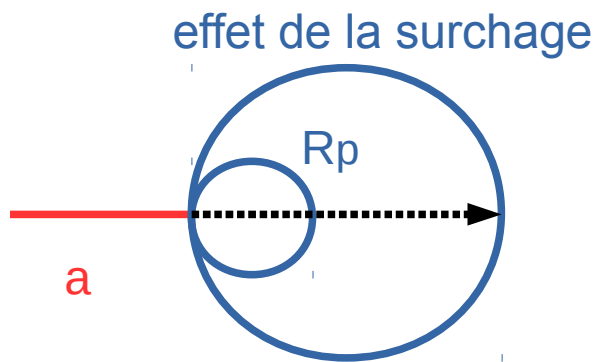
## 2. Rupture en fatigue

### c. Les effets liés à la plasticité confinée en pointe de fissure

→ introduction de taille de zone plastique et/ou de seuils sur les  $K_I$

#### - Zone plastique en pointe de fissure

#### - Effet de retard induit par surcharge



# Des challenges liés à la rupture en fatigue

- Plasticité généralisée (couplage propagation-plasticité)
- Modèle unifié pour amorçage, fissures courtes, fissures macroscopiques, 3D
- Interaction fatigue-oxydation-fluage
- Contact
- Chargement anisotherme
- Challenge numérique: 3D, chargement multiaxial, forme de fissure complexe  
→ cf exemple

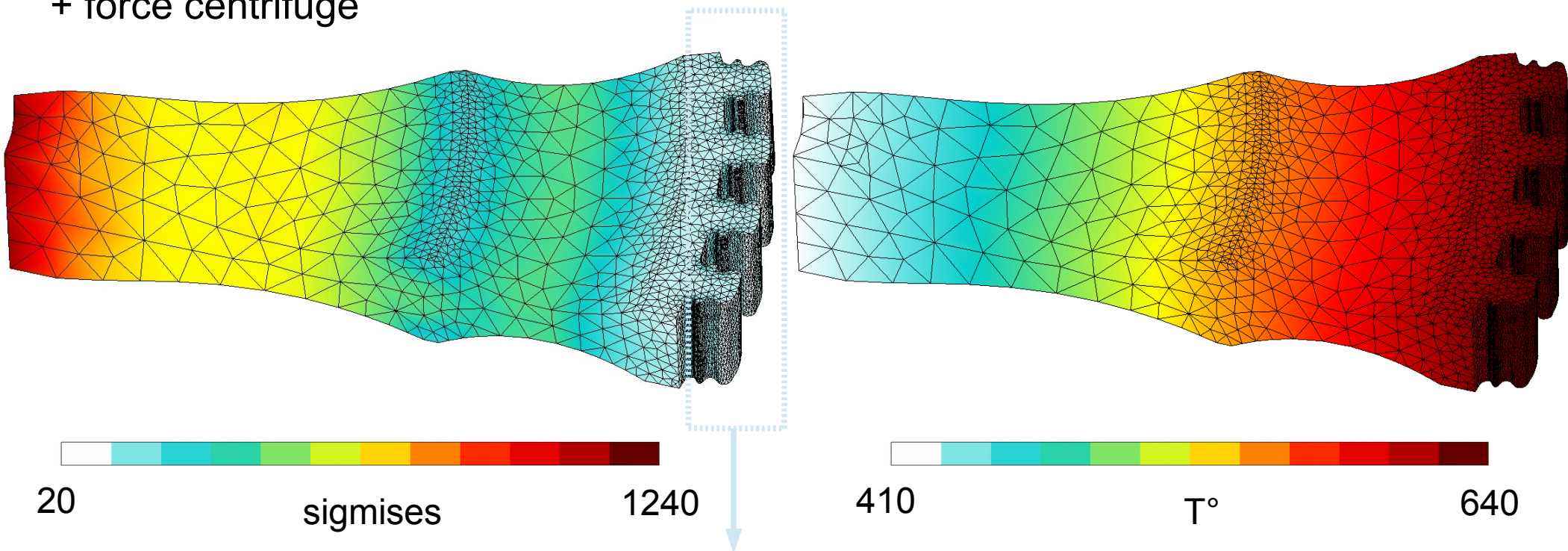


# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

Chargement:

Chargement représentatif des effets des aubages en rotation + champ  $T^\circ$  stationnaire + force centrifuge



Fissuration possible dans zone avec concentrations de contrainte ( $K_t$ )

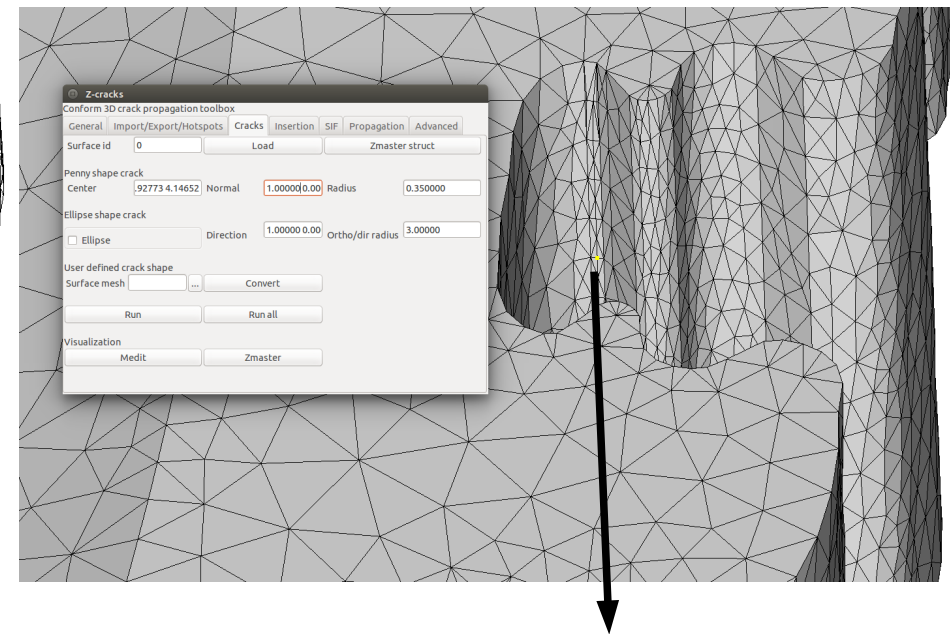
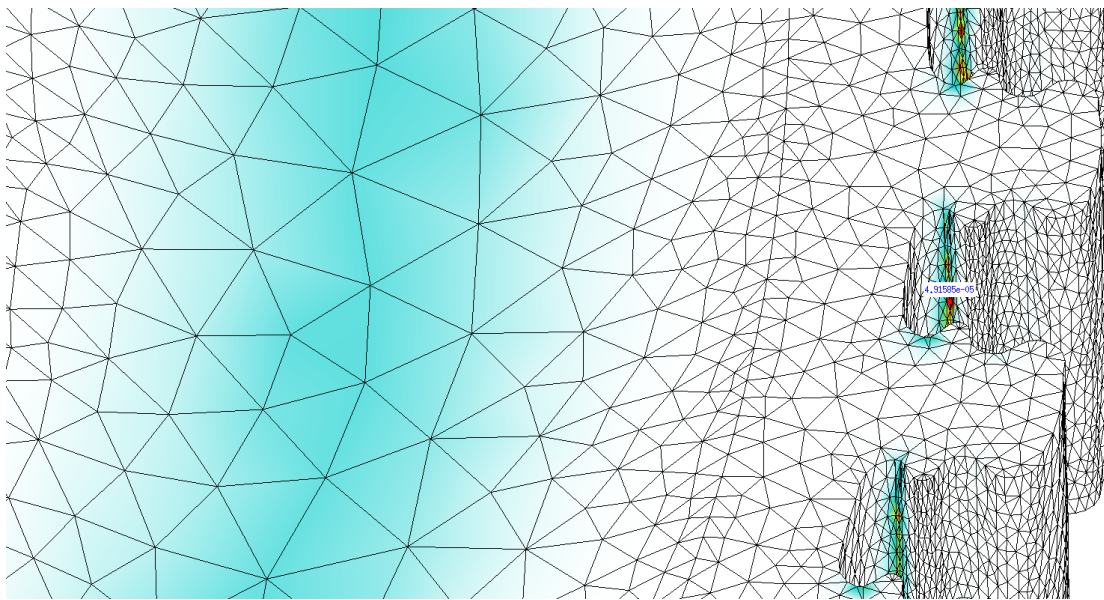
Retour constructeur confidentiel

→ imaginons avoir détecté une fissure dans une zone fortement sollicitée

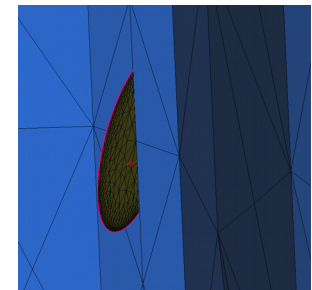
# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

Calcul en élasto-plasticité pour placer la fissure initiale:



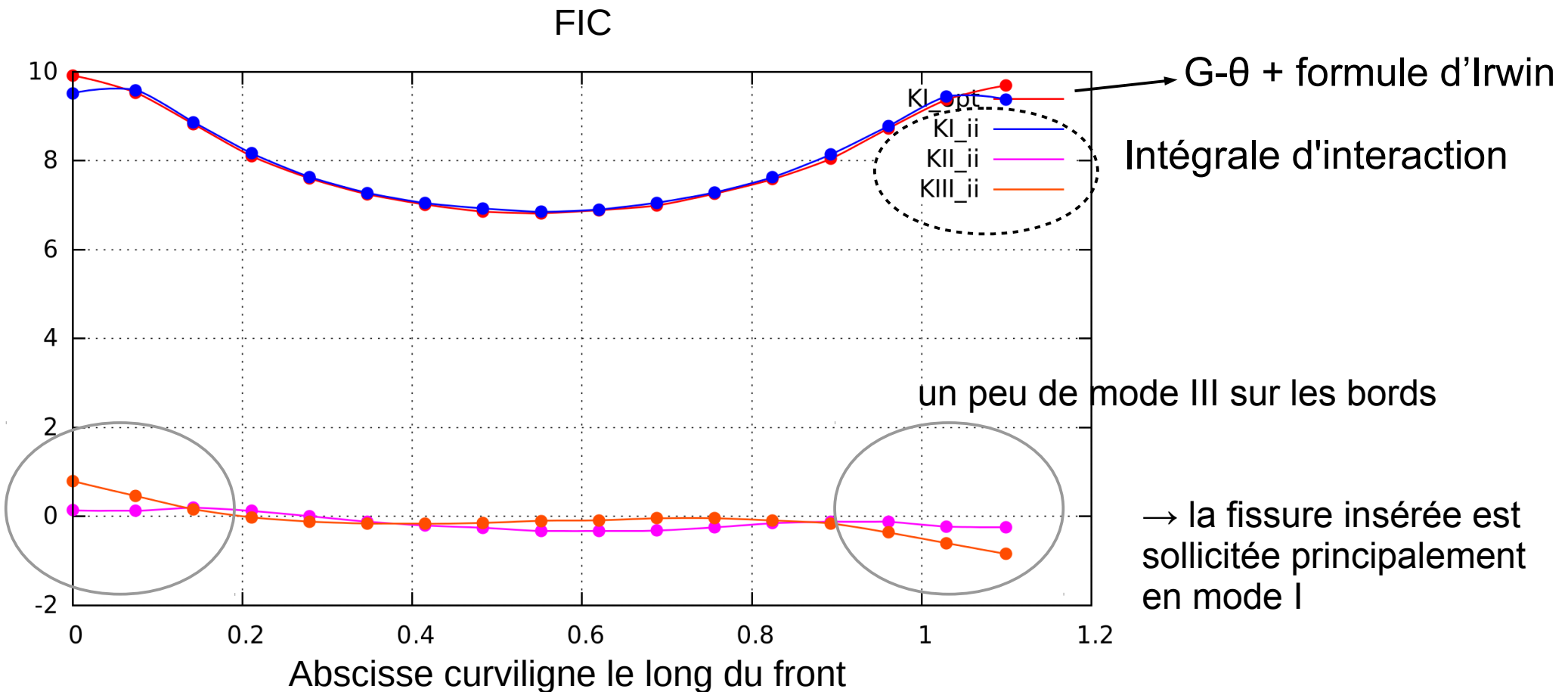
$r = 350\mu\text{m}$



# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

1er calcul EF en élasticité pour vérifier que la fissure va bien se propager



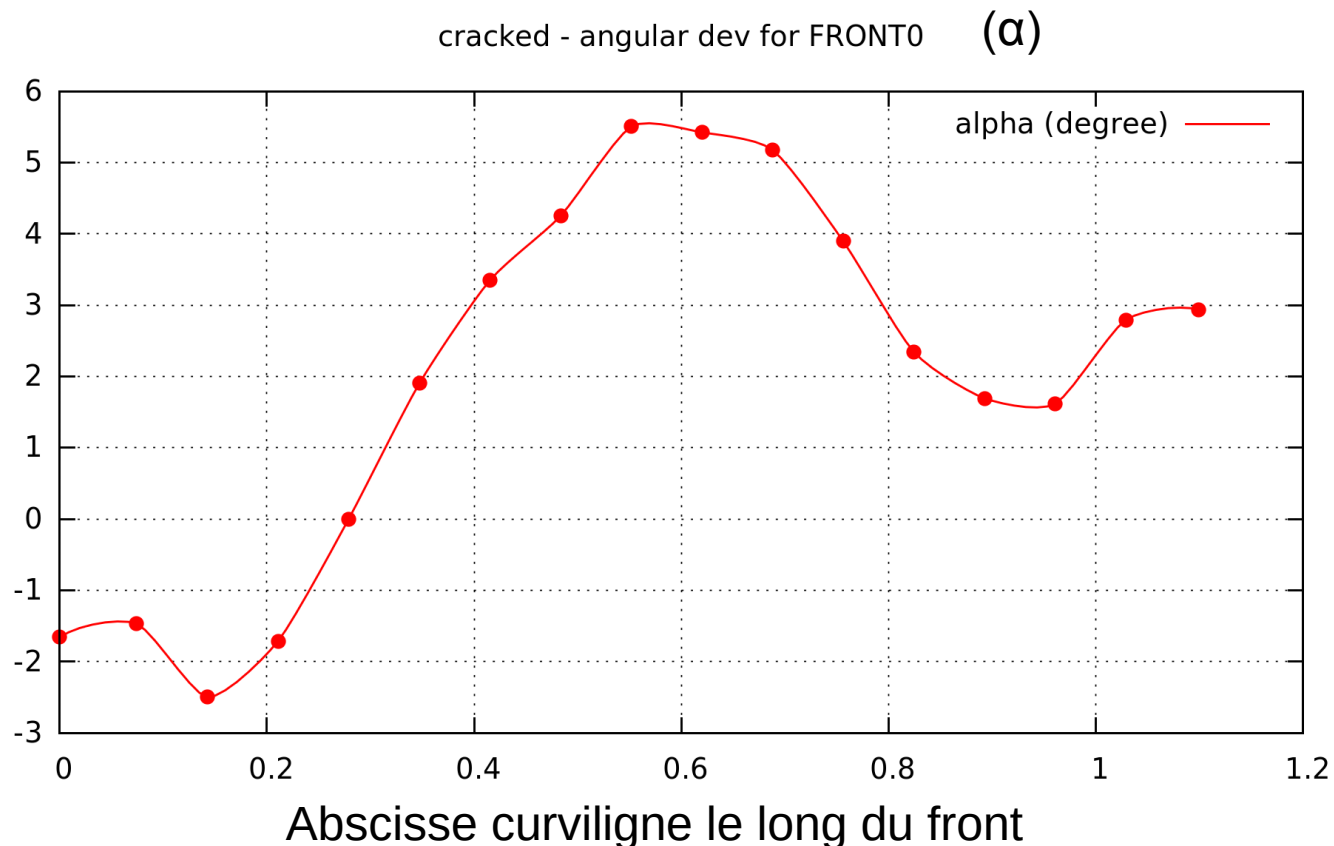


# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

1er calcul EF en élasticité pour vérifier que la fissure va bien se propager

Critère de bifurcation : critère de Sih

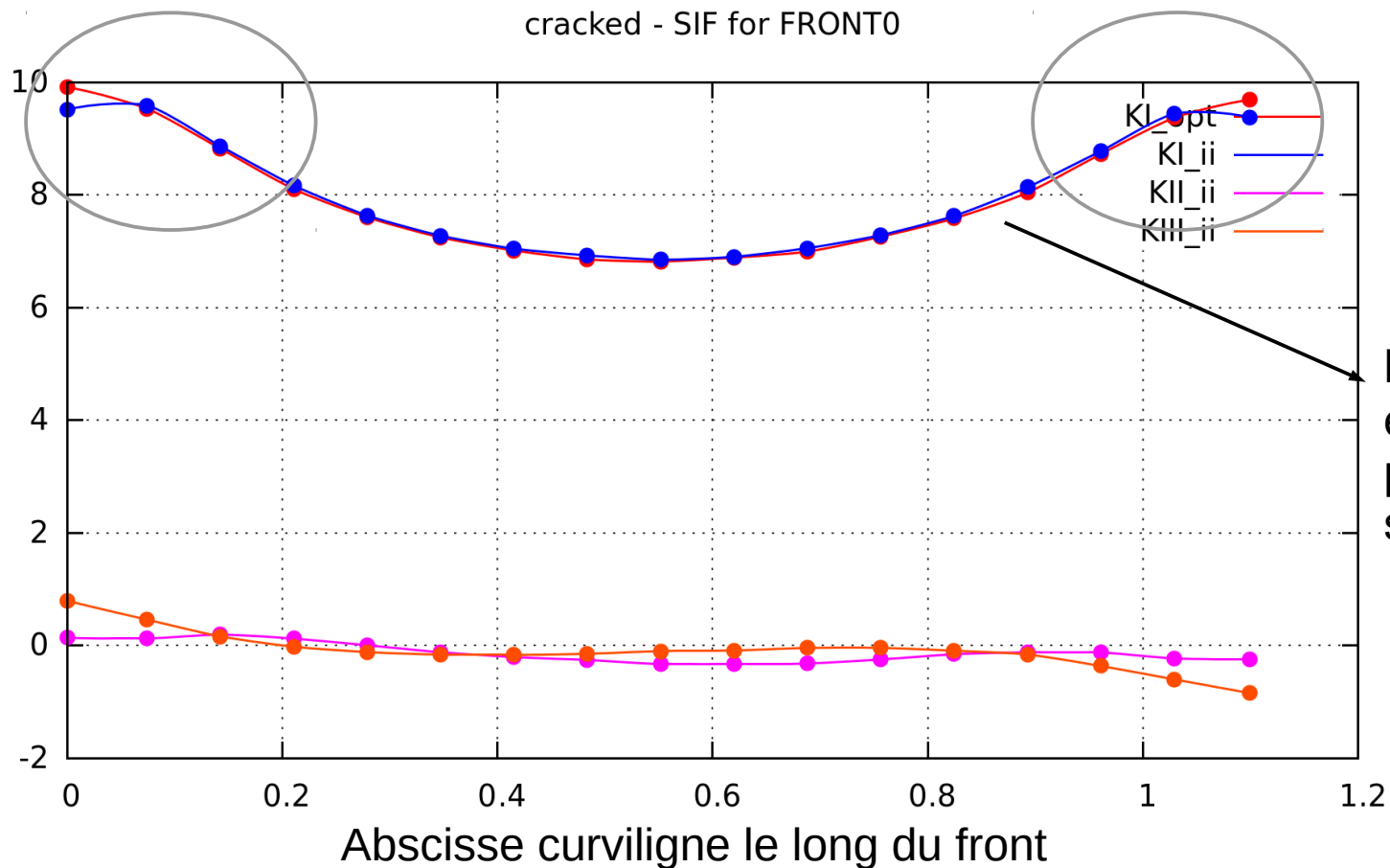


Angle  $\alpha$  proche de  $0^\circ$   
→ proche cas fissure compatible

# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

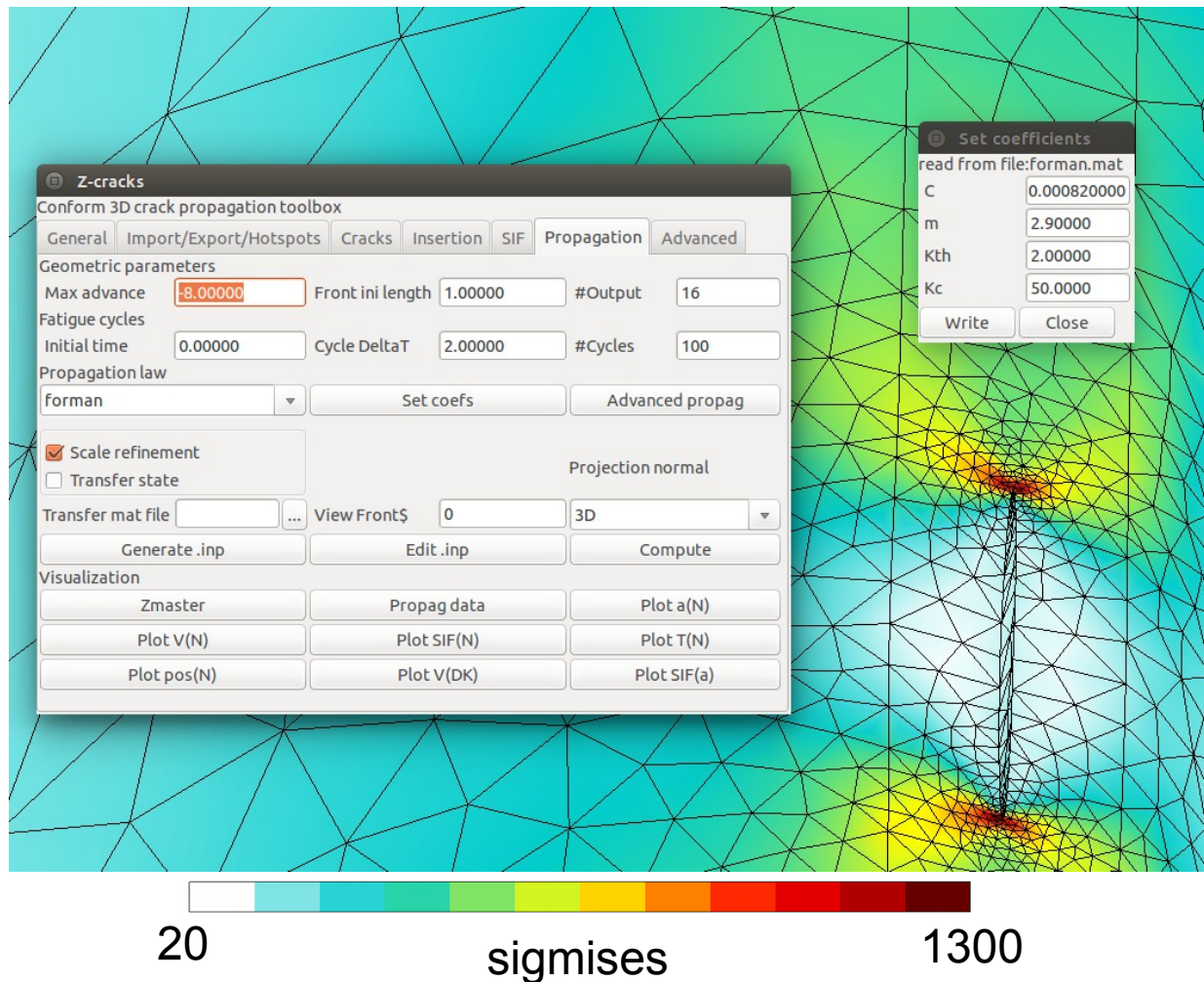
1er calcul EF en élasticité pour vérifier que la fissure va bien se propager



# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

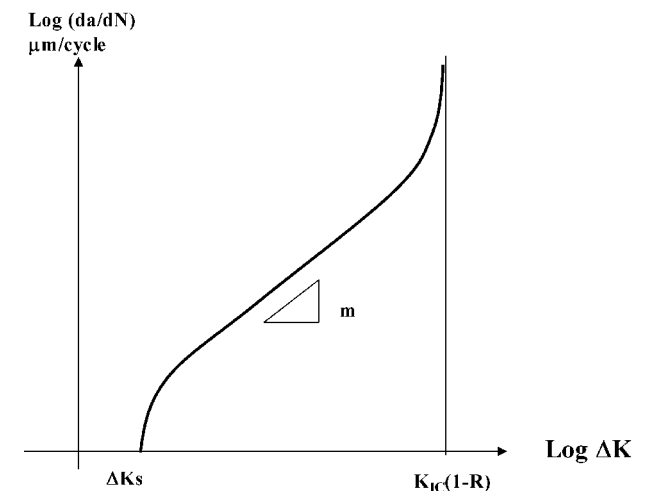
Loi de propagation Forman :



Seuil de non fissuration

$$\frac{da}{dN} = C \left( \frac{K_{max} \frac{1-R}{1-\eta R} - K_{th}}{K_C - K_{max}} \right)^m$$

$$\eta \approx 0.5$$

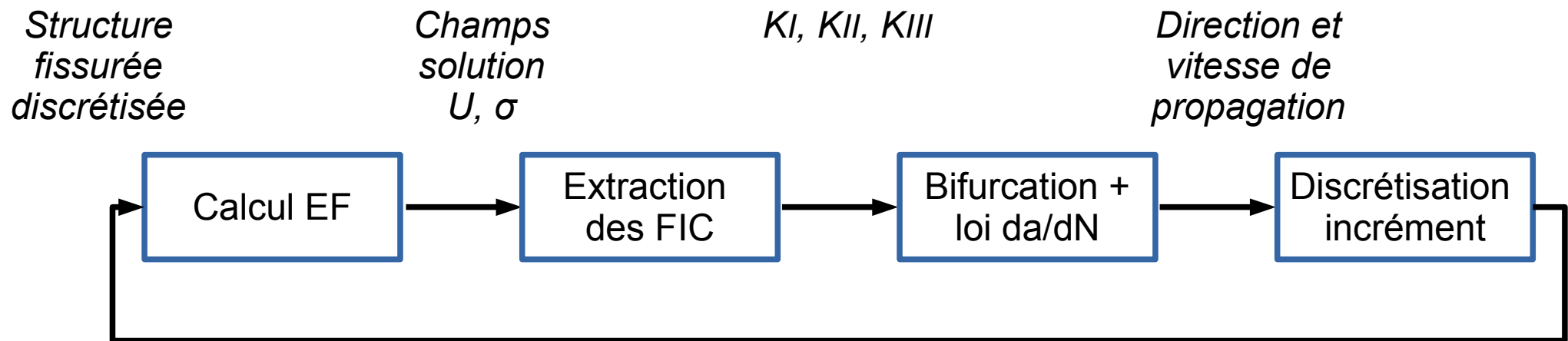




# Exemple de rupture en fatigue

## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

Principe du calcul d'avancée de fissure:



Arrêt:

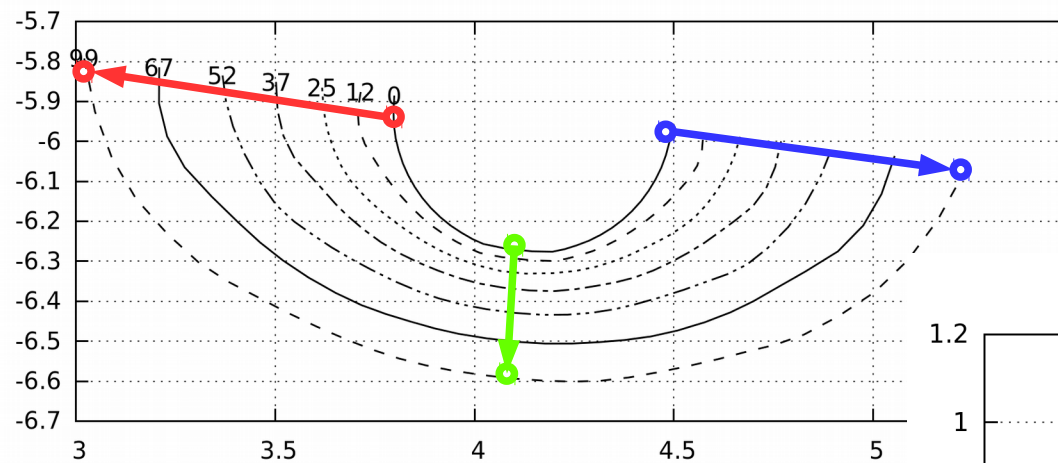
- conditions de rupture critique atteintes
- arrêt de la fissure
- **taille limite maximale admissible par constructeur atteinte**

# Exemple de rupture en fatigue

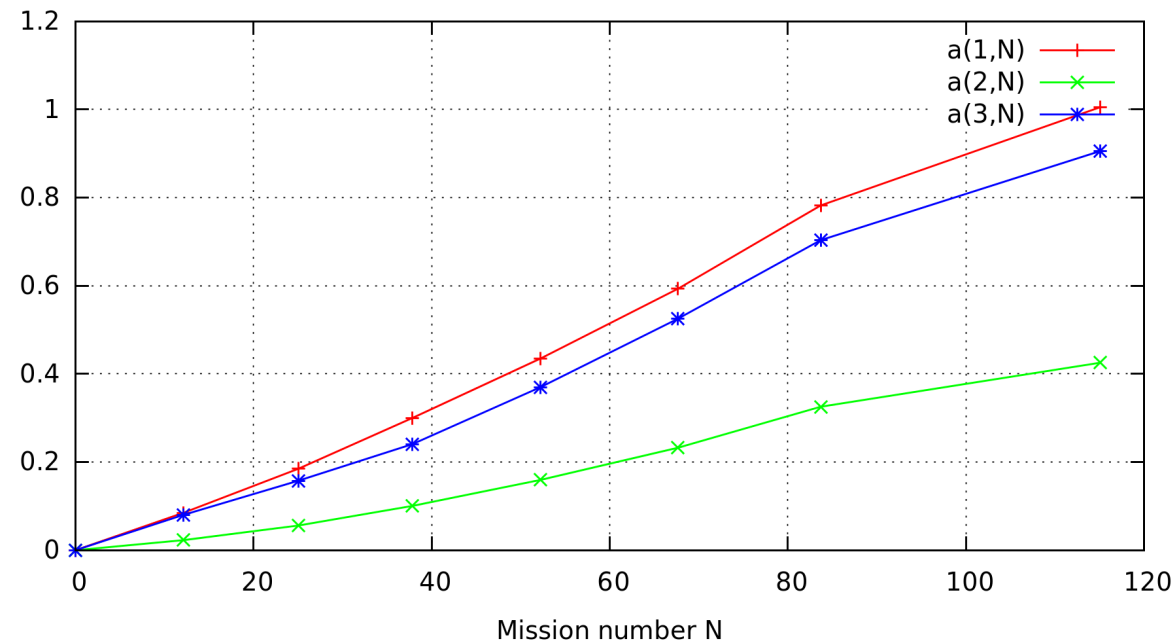
## Etude de la rupture d'un disque de turbine [Vincent Chiaruttini, Onera]

Résultats :

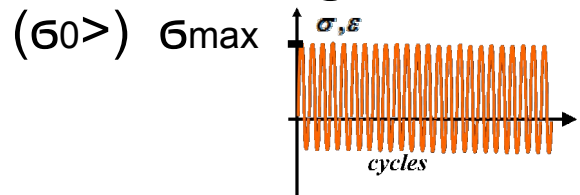
cracked\_PROPAG - FRONTS positions



cracked\_PROPAG - A(N) for FRONT0



## Fatigue



### 1- Endommagement

- a- Les grandeurs caractéristiques
- b- Critères en multiaxial -chargement cyclique
- c- Chargement quelconque

Des challenges

Un exemple

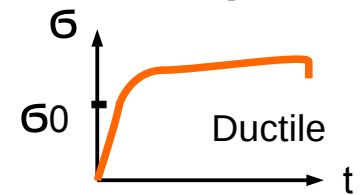
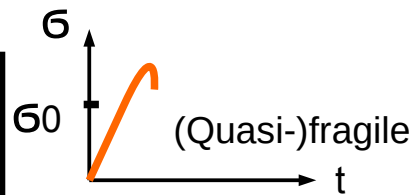
### 2- Rupture

- a- Les grandeurs énergétiques
- b- Détermination de l'avancée du front
- c- Effets liés à la plasticité

Des challenges

Un exemple

## Sous chargement critique



### 3- Endommagement et rupture

- a- La dépendance au maillage
- b- Les modélisations de la fissuration discrète
- c- Relocalisation

Les challenges

Un exemple

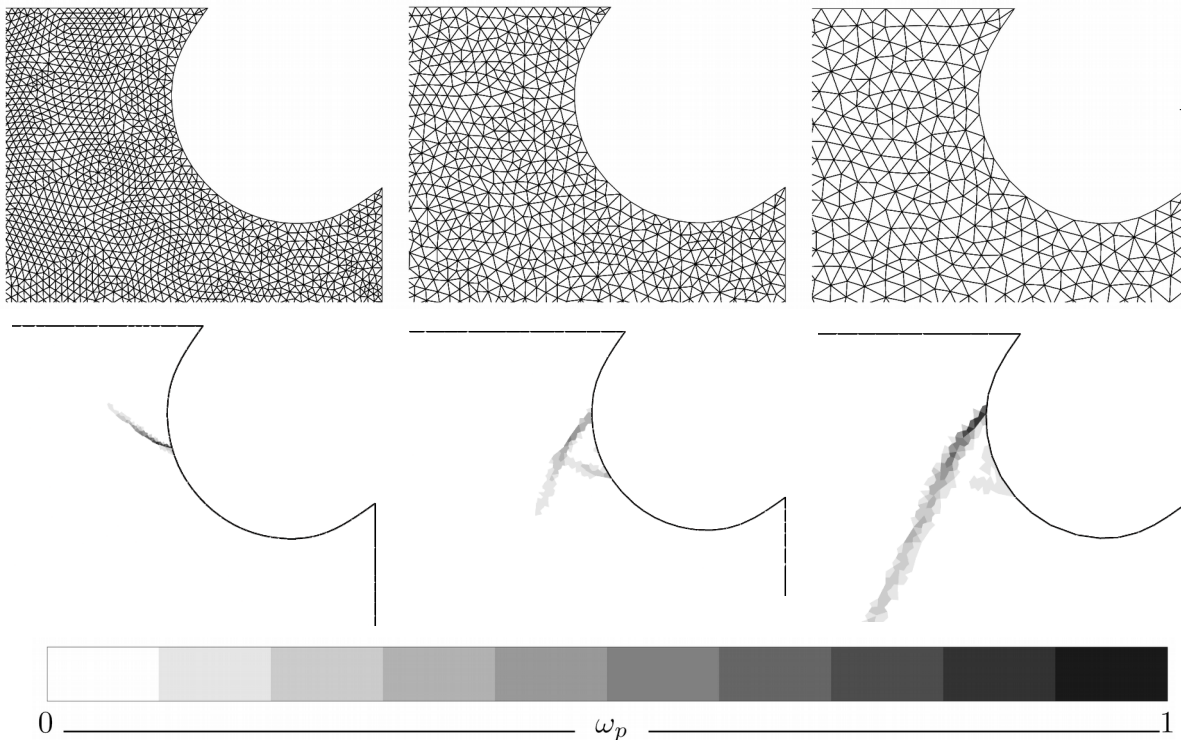


# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

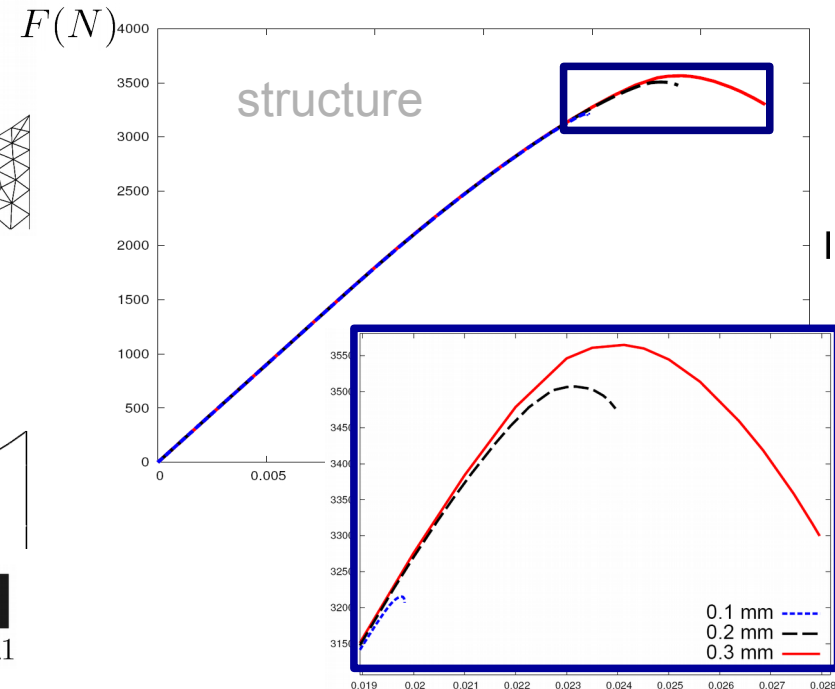
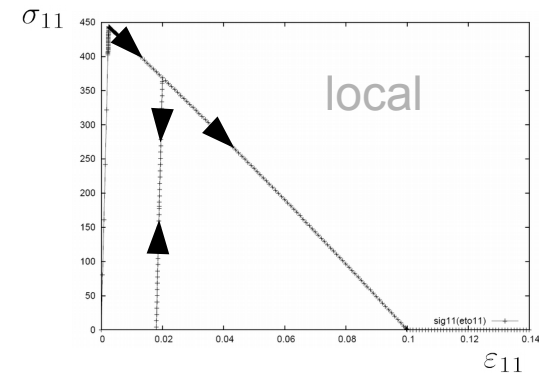
## a. Dépendance au maillage

Modèle d'endommagement standard (local)

- perte d'ellipticité des équations en quasi-statique
- non unicité de la solution → localisation



Adoucissement



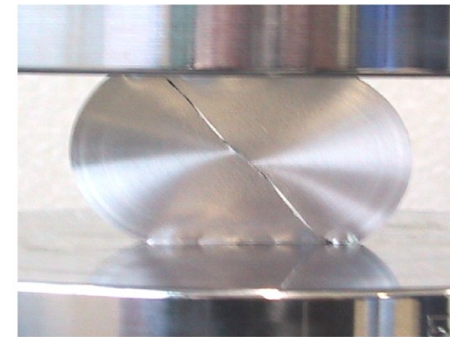
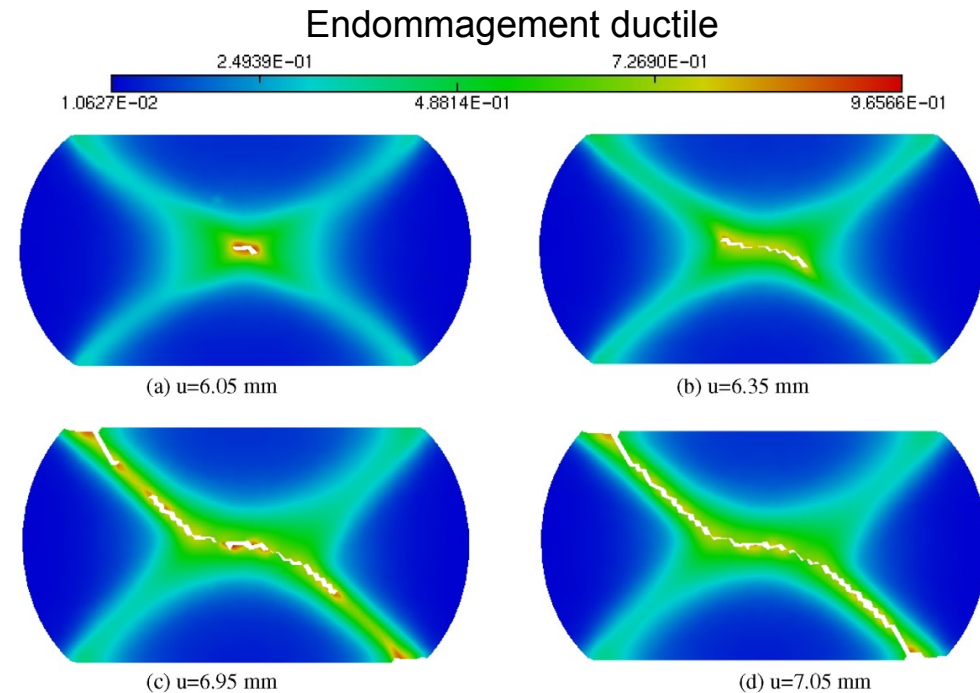
# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## a. Dépendance au maillage - solutions

Adaptation de la taille de maille à l'énergie dissipée expérimentalement

→ Formulation classique

- Plus de notion de convergence du maillage!
- Répartition de l'endommagement uniforme jusqu'à une valeur seuil non contrôlée



[K. Saanouni, 08]

# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## a. Dépendance au maillage - solutions

Méthodes de régularisation:

- Modèles introduisant une variable non locale “étalée” définie par:

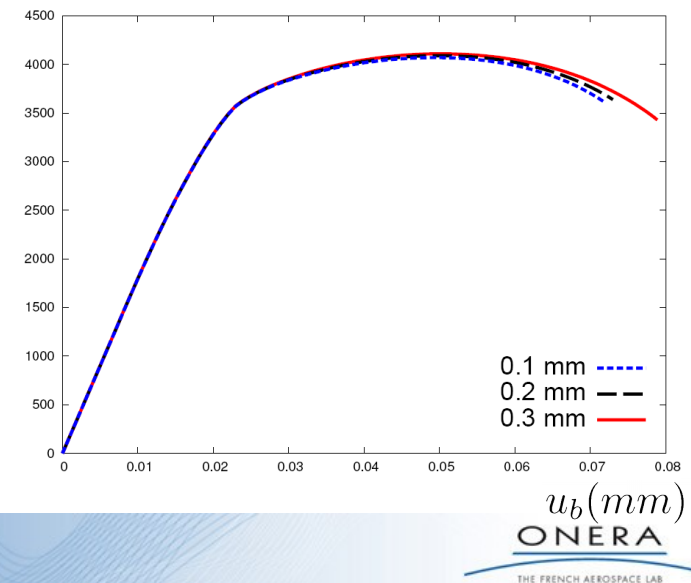
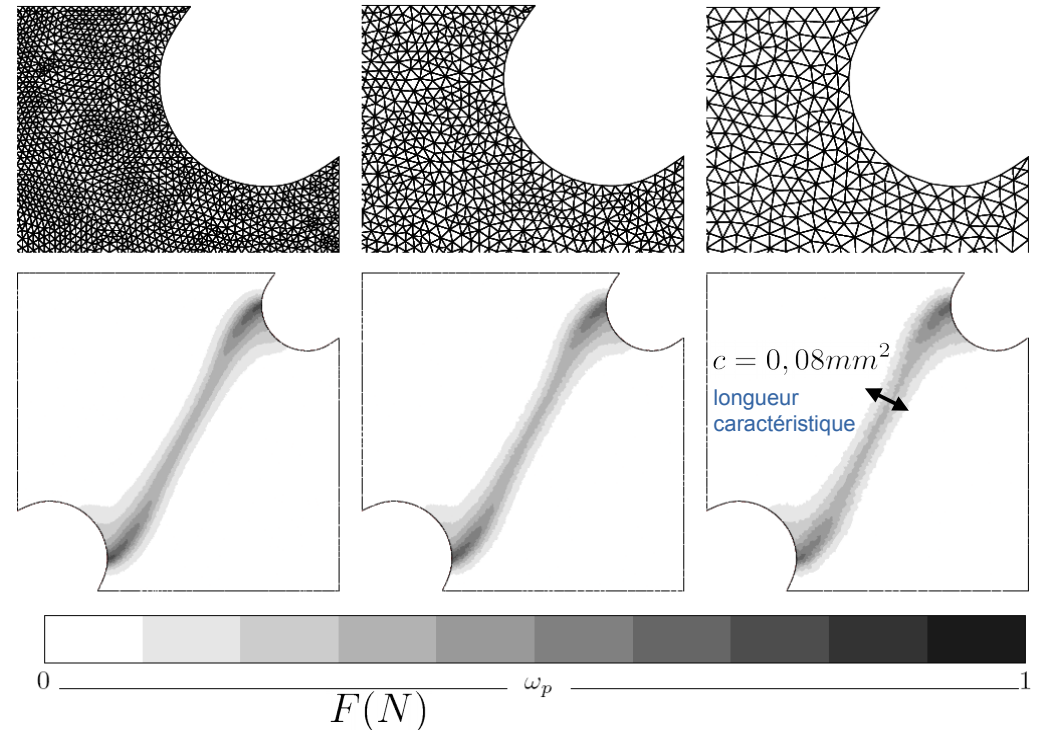
Équation intégrale ou à gradient –  
implicitement ou explicitement

[Eringen 66, Bazant and Jirasek 02,  
Peerlings 99,...]

Ex:

$$\begin{cases} \underline{\nabla} \underline{\sigma} + \underline{\mathbf{b}}_v = \underline{\mathbf{0}} \\ \bar{p} - c \nabla^2 \bar{p} = p \quad \text{with} \quad \underline{\nabla} \bar{p} \cdot \underline{\mathbf{n}} = 0 \quad \text{on} \quad \partial\Omega \end{cases}$$

$$F(\underline{\sigma}, p, \bar{p}) = \sigma_e(\underline{\sigma}) - [1 - \omega_p(\bar{p})] \sigma_y(p) \leq 0$$





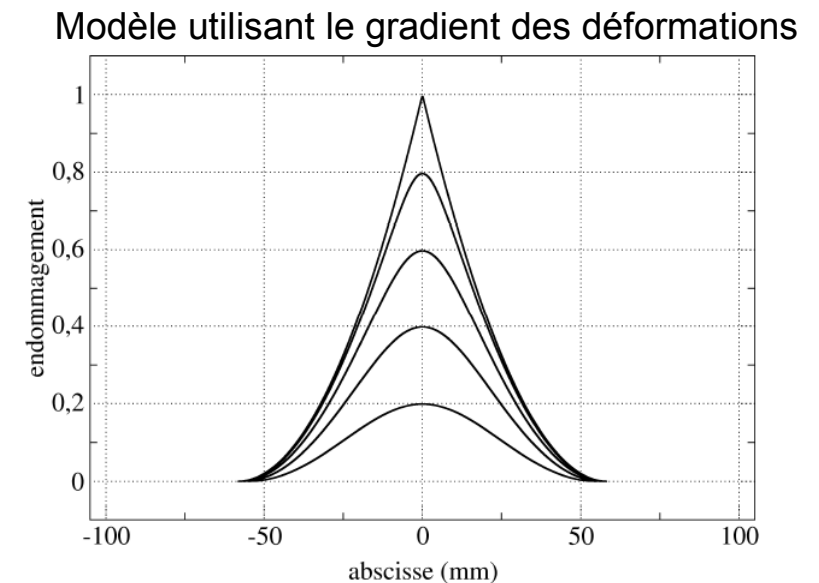
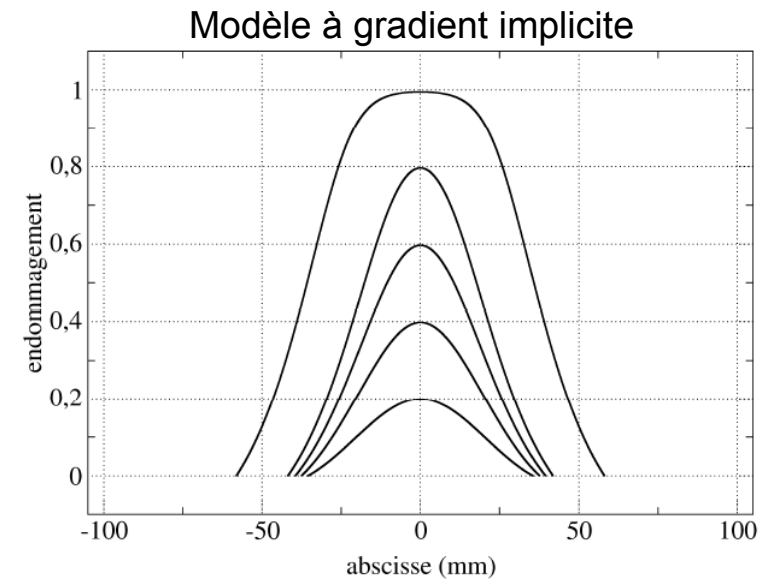
# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## a. Dépendance au maillage - solutions

Méthodes de régularisation:

- Milieux de Cosserat généralisés [Mühlhaus and Vardoulakis 87, de Borst 91, ... ]
- Modèles utilisant le gradient des déformations [Aero and Kuvshinskii 60, Gao et al 99,...]

Lien: [Forest and Sievert, 03 ]



[Thèse S. Cuvilliez, EDF R&D, 2012]

# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## a. Dépendance au maillage - solutions

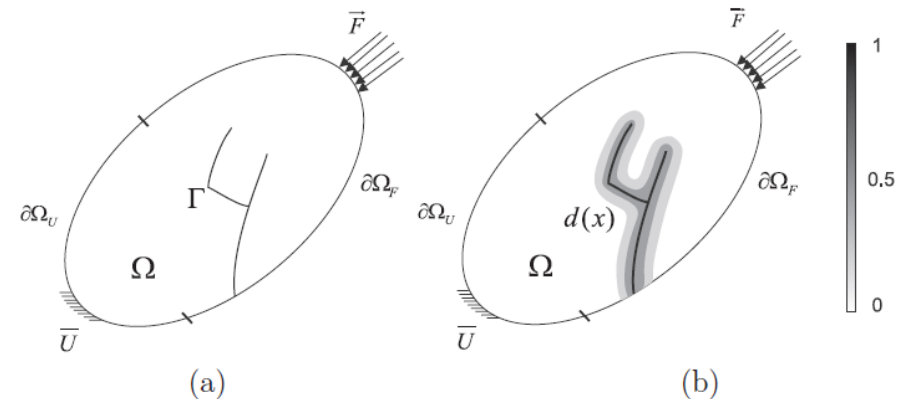
Méthodes de régularisation:

- Approches variationnelles et champs de phase [Francfort and Marigo 98, Miehe et al 10, Verhoosel et al 13]

- Modèle de Level Set épaisse  
[Moës et al 11, Bernard et al 12]

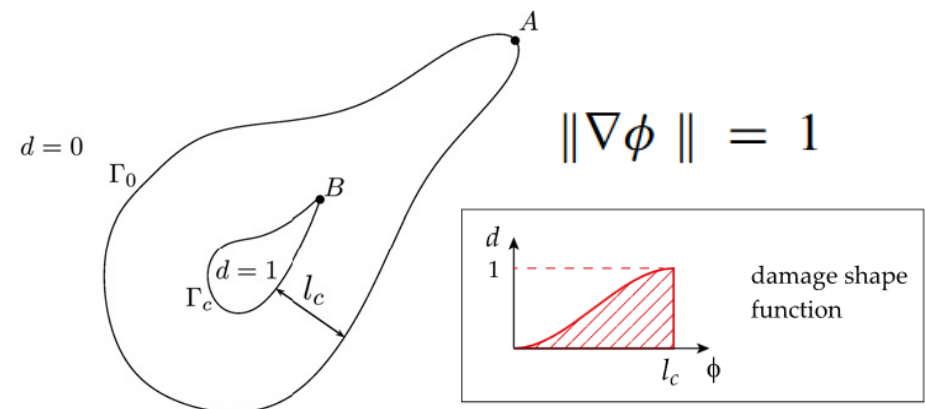
Champs de phase

[T.T. Nguyen et al, 15]



Level Set épaisse

[P.E. Bernard et al, 15]



# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

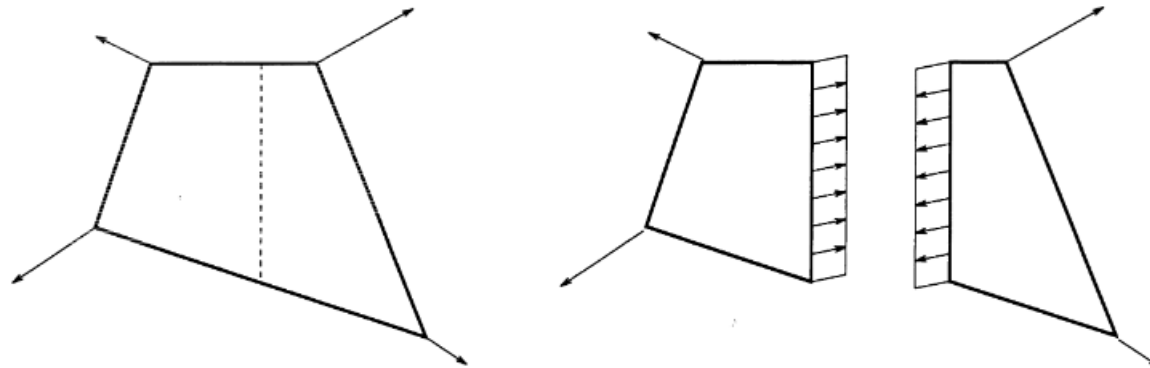
## b. Les modélisations de la fissuration discrète

Idée : modéliser une fissure pour capturer les discontinuités cinématiques résultantes

Comment ?

- E-FEM : *Embedded (strong) discontinuity Finite Element Methods*  
Enrichissement des éléments pour permettre sauts de déplacement

[Jirasek and Zimmermann 01, Simo et al 93, Oliver 96, Armero and Garikipati 96]



[M. Jirasek, 00]

Propriétés cinématiques limitées:  
déformations dans les deux parties partiellement couplées.



# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## b. Les modélisations de la fissuration discrète

Idée : modéliser une fissure pour capturer les discontinuités cinématiques résultantes

Comment ?

→ Modèles de zones cohésives

2D: [Needleman 87, Camacho and Ortiz 96]

3D: [Ortiz and Pandolfi 99, Pandolfi and Ortiz 02]

Dépendance au maillage (sauf si couplé à du remaillage)

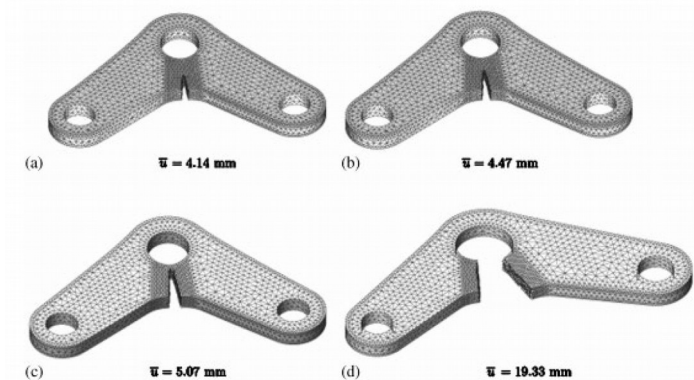
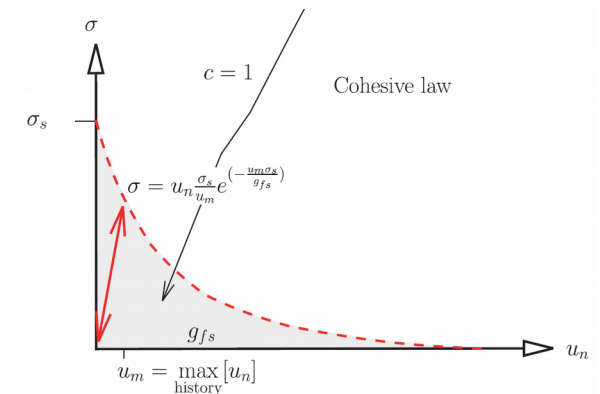
→ X-FEM : *eXtended Finite Element Method*

[Belytschko and Black 99, Moës et al, 99]

enrichissement de noeuds

2D quasi-fragile [Patzak and Jirasek 03, Simone et al 03, Comi et al 07], 2D viscoplastique [Wells and Sluys 02];

ductile: [Simatos 10], 3D [Sukumar et al 00, Moës et al 02, Gravouil et al 02, Gasser and Holzapfel 05-06, Simatos 10]



[Areias and Belytschko 05]

# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## b. Les modélisations de la fissuration discrète

Idée : modéliser une fissure pour capturer les discontinuités cinématiques résultantes

Comment ?

→ Erosion [Mahishi and Adams 82, Bouchard 05]

Relativement simple d'implémentation

Dépendance au maillage

Non conservation de la matière → lissage [Labergere 14]

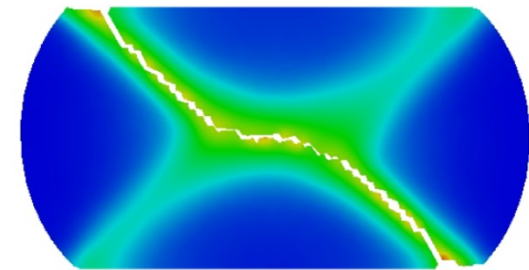
→ Remaillage

Mécanique linéaire de la rupture: [Carter et al 00, Chiaruttini et al 10]

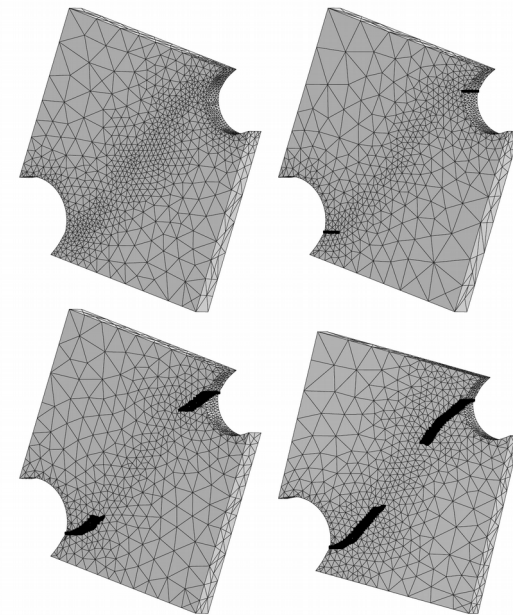
ductile: 2D [Mediavilla 05], 3D [Peerlings et al 08, Javani 11]

Important en grandes déformations pour conserver un bon facteur de forme des éléments

+ indicateur d'erreur pour optimisation précision/coût



[K. Saanouni, 08]



# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## c. Relocalisation

### *Algorithmes locaux*

- propagation géométrique de la fissure à partir d'un front initial
- **informations locales** → **peu coûteux**

### *Algorithmes globaux*

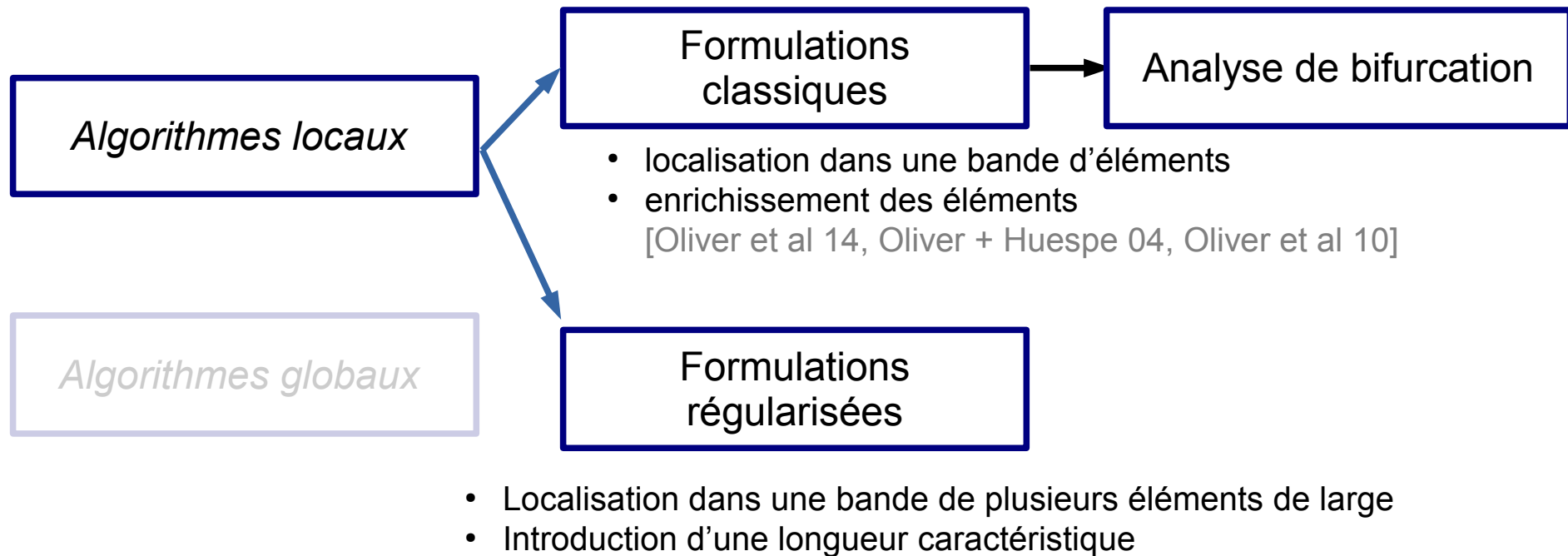
- Tracer tous les chemins de fissure possible à la fois
- Nécessité de résoudre un **problème global supplémentaire**:  
→ **délicat et intrusif**  
ex: problème de type conduction de la chaleur [Oliver et al 04]  
petites déf [Huespe et al 09], grandes déf [Huespe et al 12]



# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## c. Relocalisation

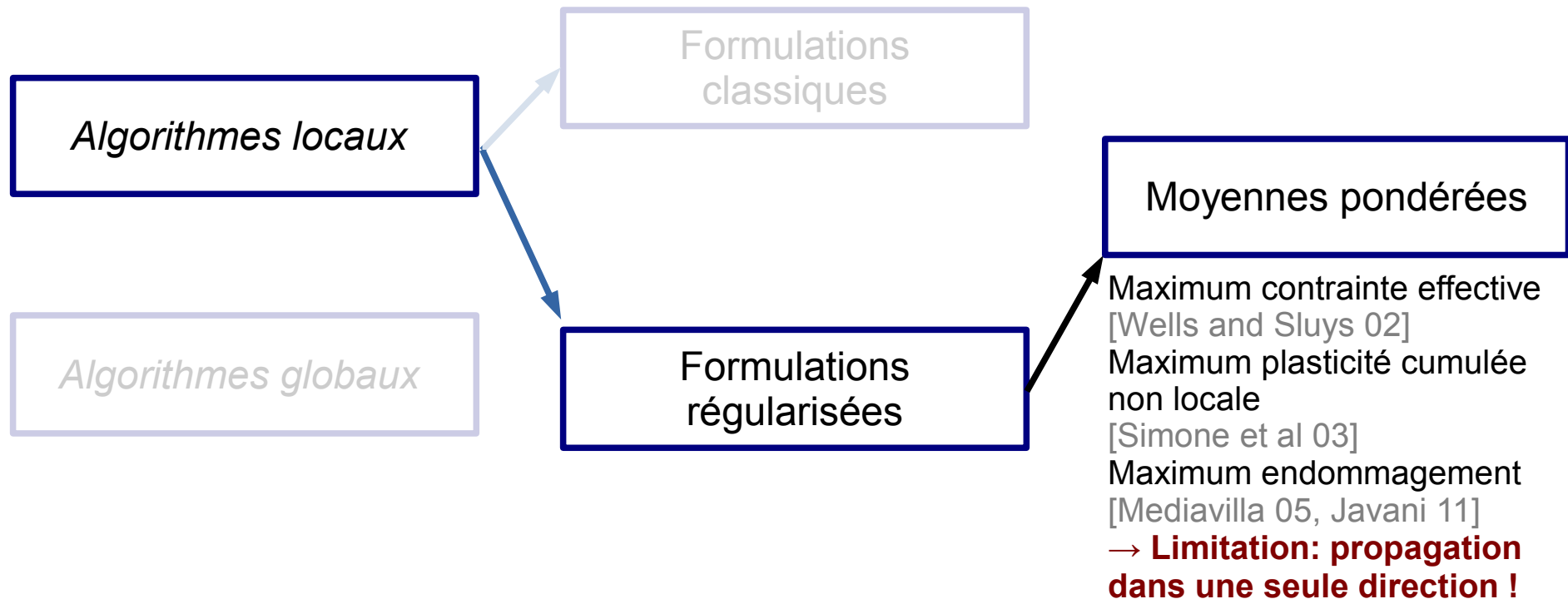
Le choix dépend de la solution envisagée pour la dépendance au maillage



# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## c. Relocalisation

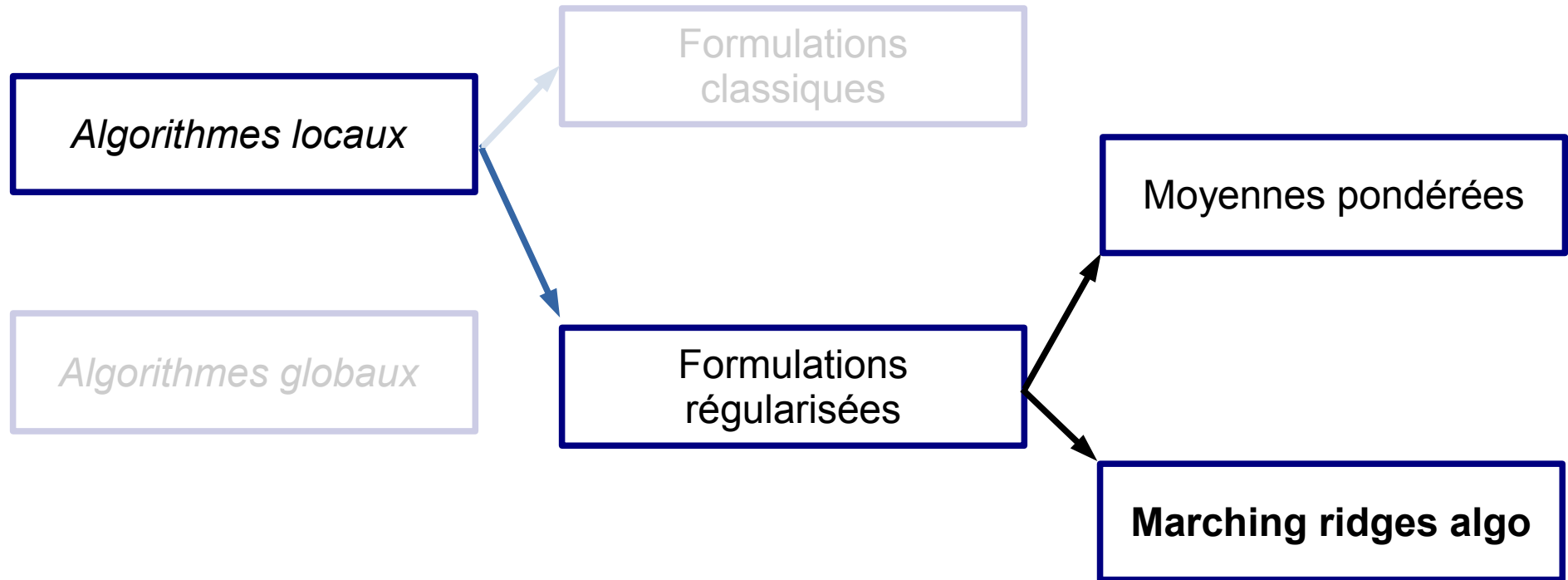
Le choix dépend de la solution envisagée pour la dépendance au maillage



# 3. Endommagement-rupture sous chargement critique

## c. Relocalisation

Le choix dépend de la solution envisagée pour la dépendance au maillage



→ **pour détecter simultanément plusieurs maxima**

[Thèse Feld-Payet 10,  
Feld-Payet et al 15]



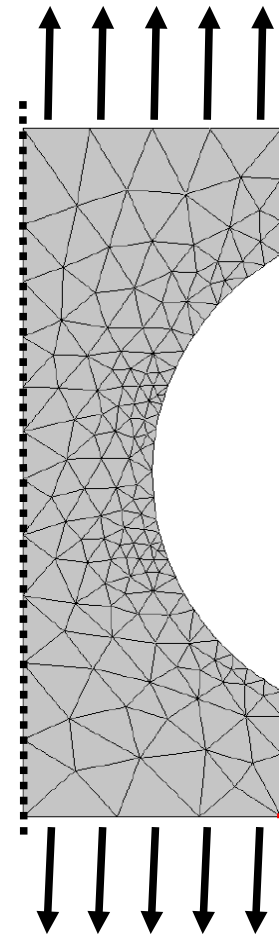
# Des challenges liés à l'endommagement-rupture sous chargement critique

- Contact
  - **Remaillage**: déraffinement après passage de la fissure, **transfert de champs**, conservation de l'énergie après insertion d'un incrément de fissure (quand insérer?) → **cf exemple**
  - Modèles de zones cohésives en 3D
  - Fragile: → pilotage à longueur d'arc: instabilité matériau
  - **Ductile** → **grandes déformations**, verrouillage volumique → **cf exemple**
  - **Transition endommagement diffus -fissure discrète** → **cf exemple**
  - Choix de la méthode de régularisation
  - Choix de la longueur caractéristique
- en particulier identification et validation expérimentale (grâce aux mesures de champs denses - CIN)

# Exemple pour l'endommagement-rupture sous chargement critique

## Etude de la rupture ductile en “cône-cuvette” d’une éprouvette cylindrique

Principe



Symétrie  
axiale

$$||\mathbf{u}|| = 1e-3 \times \text{time}$$

Modèle en grandes déformations :

Type GTN : porosité

1<sup>er</sup> challenge : dépendance au maillage

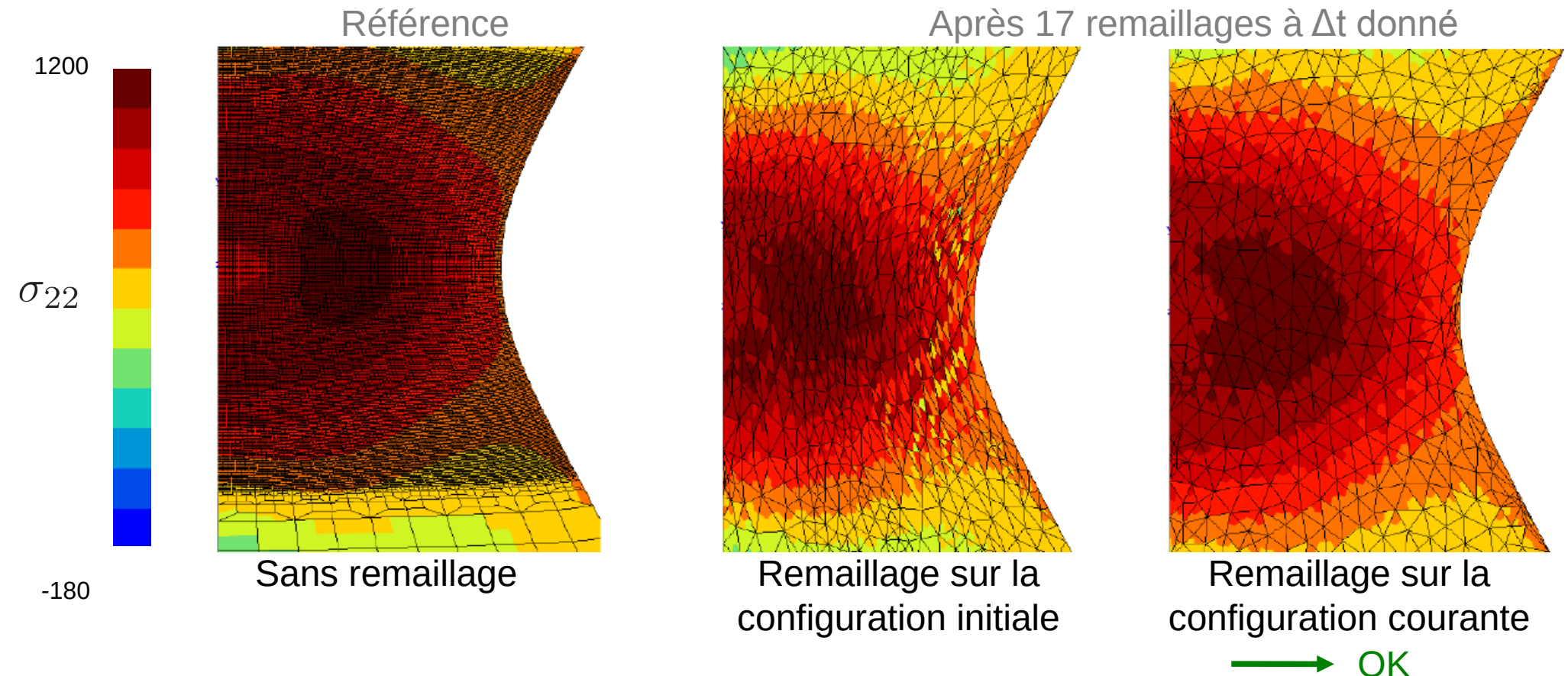
→ Régularisation avec 2 longueurs caractéristiques  
(striction/forte triaxialité et bande de cisaillement) :  
éléments finis à 3 champs [Besson, CRAC 2013]

# Exemple pour l'endommagement-rupture sous chargement critique

## Etude de la rupture ductile en “cône-cuvette” d'une éprouvette cylindrique

2ème challenge: conserver un bon facteur de forme des éléments

→ remaillage sur la configuration courante



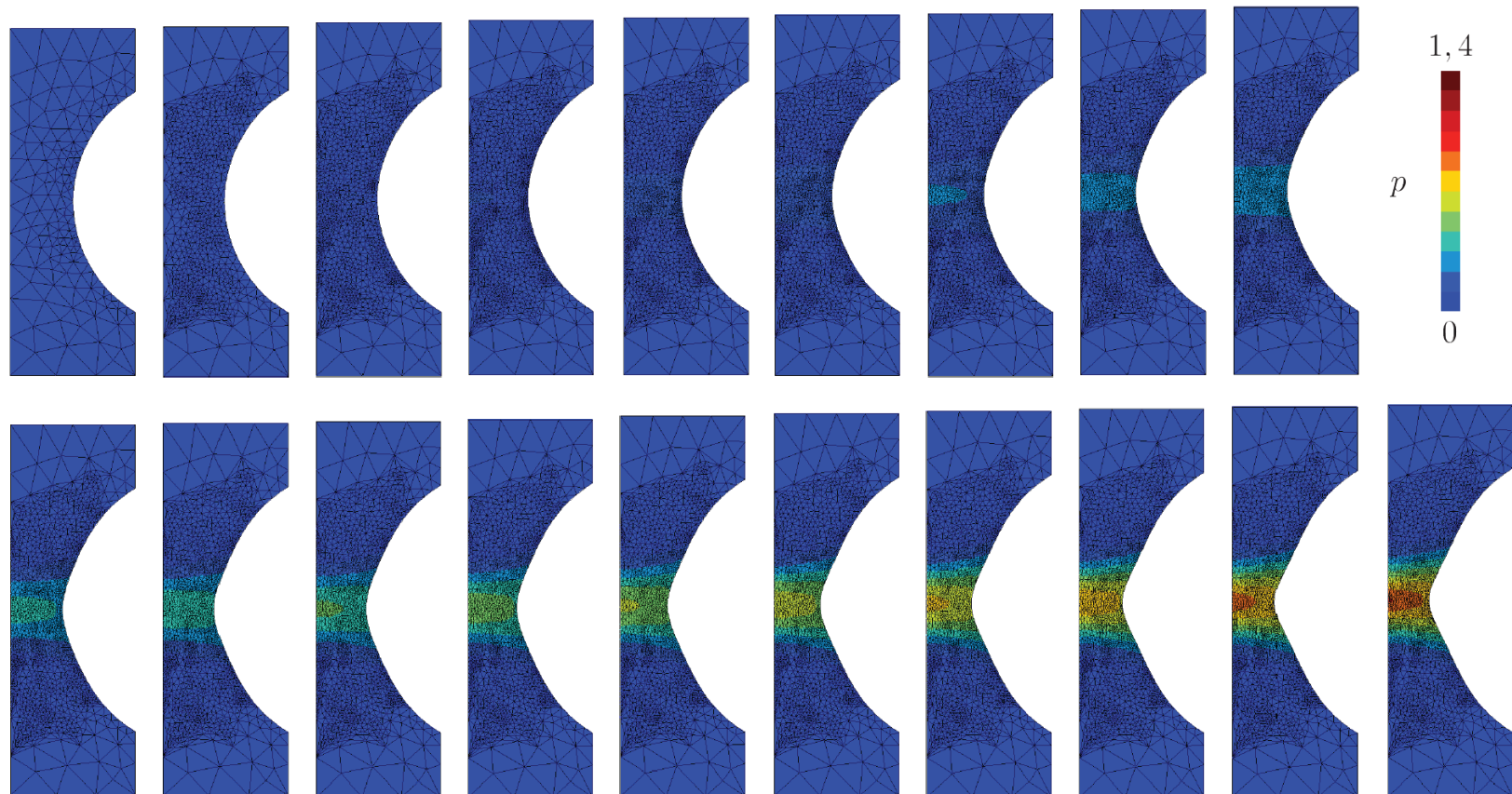


# Exemple pour l'endommagement-rupture sous chargement critique

## Etude de la rupture ductile en “cône-cuvette” d’une éprouvette cylindrique

3ème challenge: prédire avec précision l’amorçage en conservant un coût de calcul raisonnable: utilisation d’un indicateur d’erreur incrémental type ZZ2

[Zienkiewicz and Zhu 92]

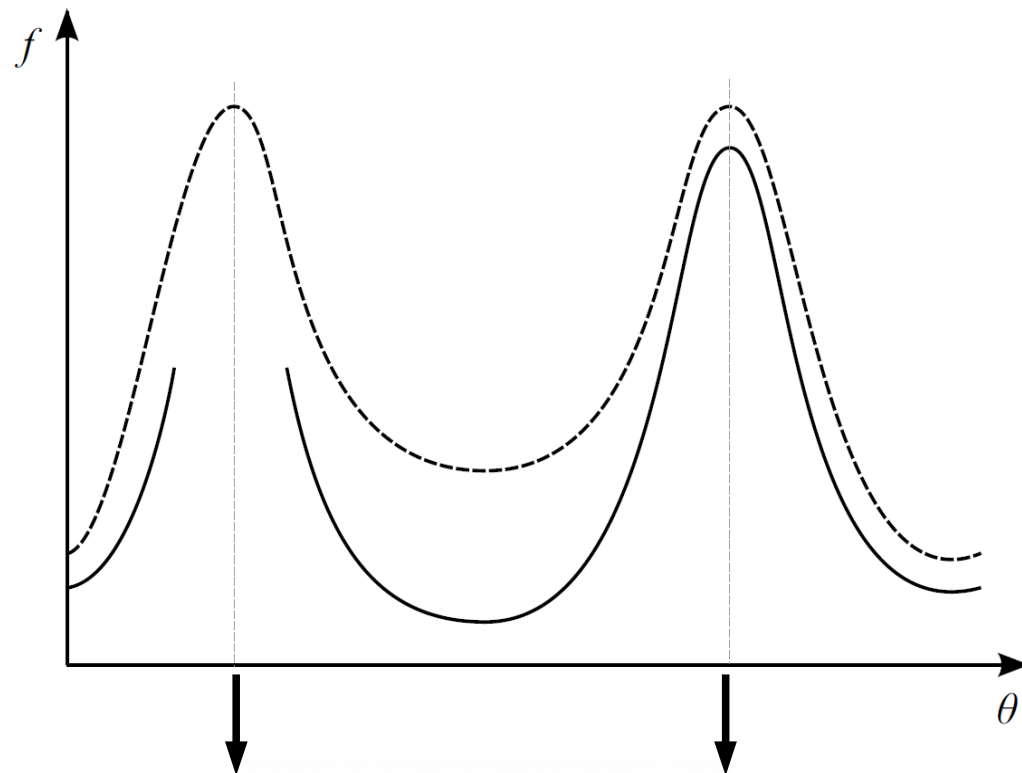


# Exemple pour l'endommagement-rupture sous chargement critique

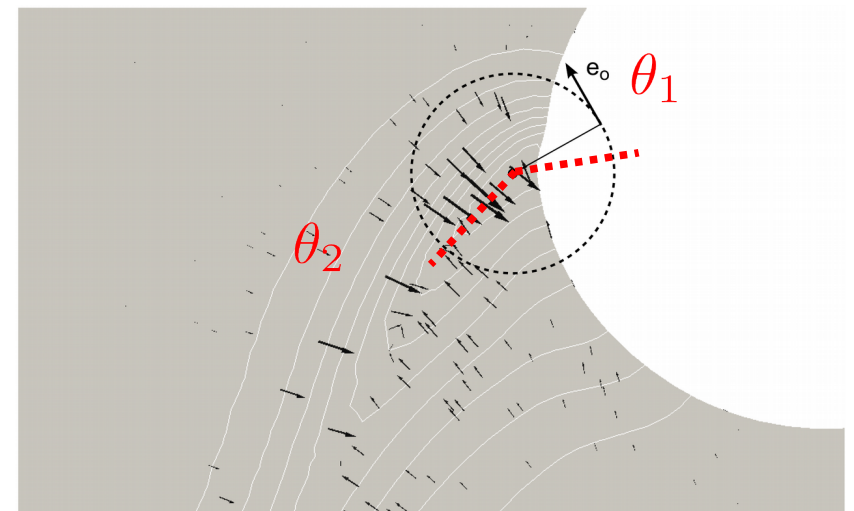
## Etude de la rupture ductile en “cône-cuvette” d’une éprouvette cylindrique

4ème challenge: transition endommagement-rupture

→ algorithme de type « marching ridges » [Feld-Payet 15]



$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = R \underline{e}_\theta \cdot \underline{\nabla f} \quad : \text{changement de signe de } >0 \text{ à } <0$$

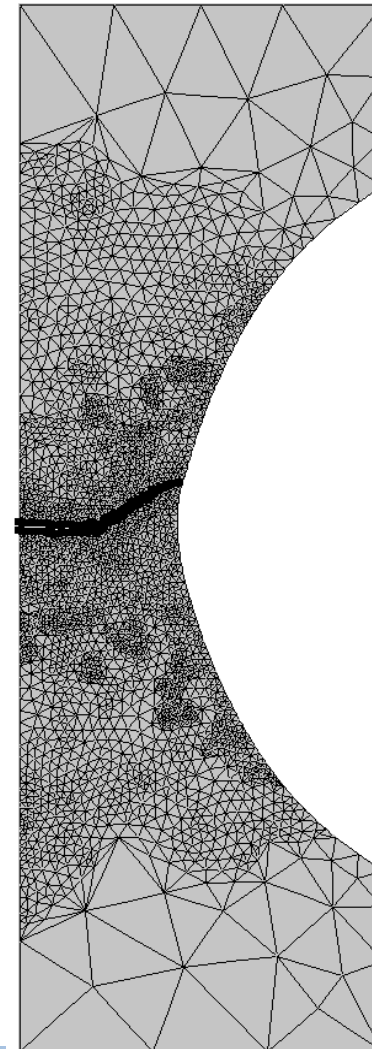
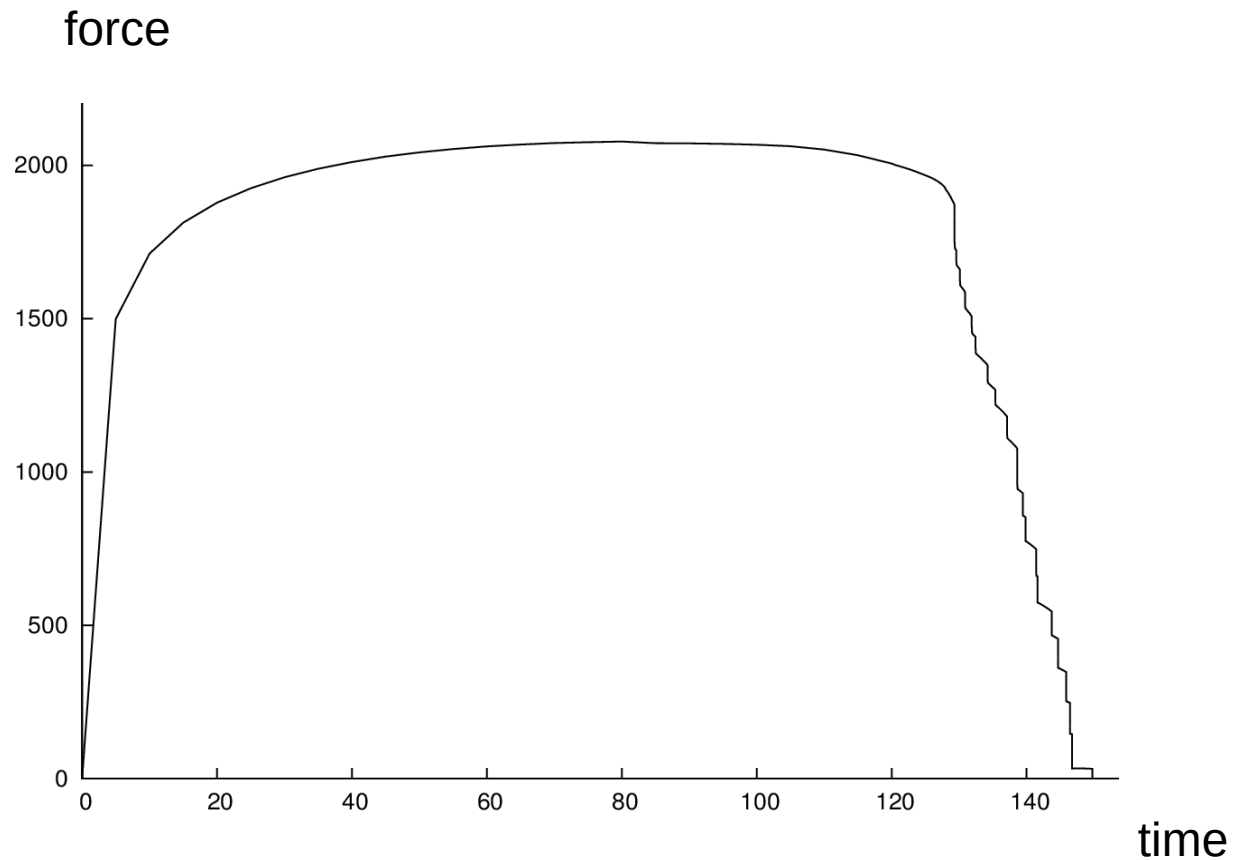


Isovaleurs de l'endommagement

# Exemple pour l'endommagement-rupture sous chargement critique

## Etude de la rupture ductile en “cône-cuvette” d’une éprouvette cylindrique

Résultat:

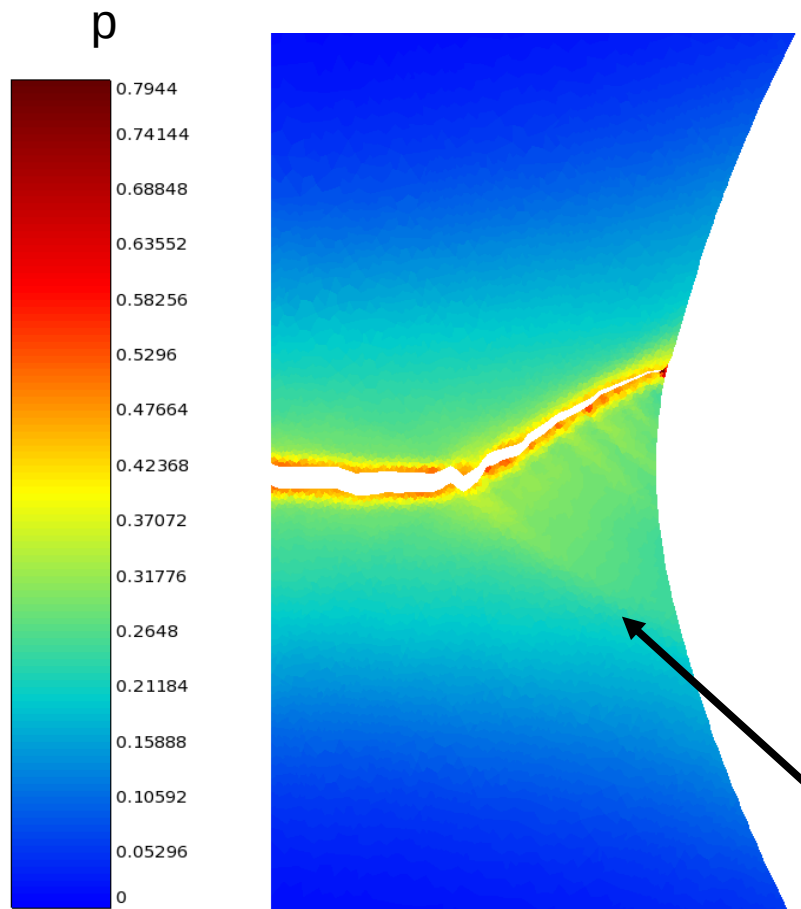




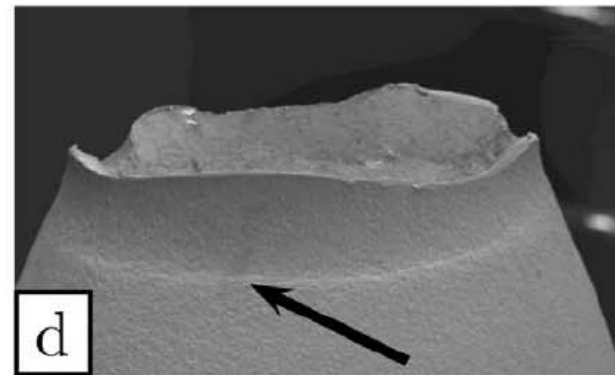
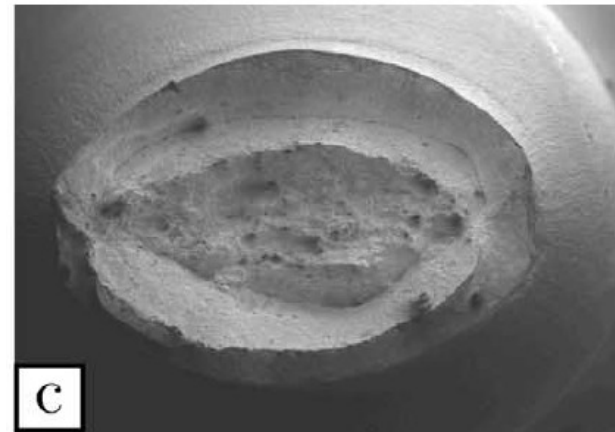
# Exemple pour l'endommagement-rupture sous chargement critique

## Etude de la rupture ductile en “cône-cuvette” d’une éprouvette cylindrique

Résultat:



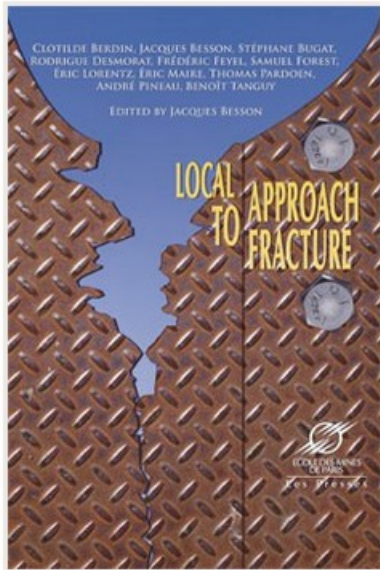
2 mm



[Besson et al, Int. J. Solids and Structures, 2001]

# Quelques références

Lemaître, Chaboche, Benallal, Desmorat,  
Mécanique des matériaux solides, Dunod, 2009



Berdin et al, Local approach to  
fracture, Presse de l'Ecole des Mines  
de Paris, 2004

Leblond, Mécanique de la rupture fragile et ductile,  
Lavoisier, 2003

