



Méthodes inverses (en mécanique/acoustique) pour l'identification de conditions aux limites et la complétion de champs partiellement connus

Mots-clés : problèmes inverses, modélisation mathématique, modélisation mécanique, modélisation numérique, identification de paramètres, contrôle non destructif, simulation numérique

Contexte de l'étude et résultats antérieurs:

Les problèmes inverses interviennent dans de nombreux domaines de l'ingénierie et trouvent des applications dans le contrôle non destructif, en mécanique ou dans le domaine médical.

Au sens mathématique, les problèmes inverses sont généralement des problèmes mal posés au sens d'Hadamard, puisque l'existence, l'unicité ou la dépendance continue de leurs solutions par rapport aux données ne peuvent pas être garanties. De ce fait, leur résolution ne peut se faire par les techniques usuelles.

Dans des travaux antérieurs, nous nous sommes intéressés à la résolution d'un problème modèle de complétion de données qui est le problème de Cauchy pour l'équation de Laplace. Il consiste à identifier des conditions aux limites inaccessibles à la mesure (température et flux de chaleur par exemple) sur une partie de la frontière du domaine à partir de données surabondantes (température et flux de chaleur par exemple) sur la partie complémentaire de cette frontière. Dans ce cas, l'équation d'équilibre, la loi de comportement, le domaine ainsi que sa frontière sont connus. Nous avons proposé une méthode de résolution (méthode de régularisation évanescence) qui est originale par le fait que nous ne cherchons pas à exprimer directement les inconnues en fonction des données. L'idée essentielle est de distinguer les quantités fiables des quantités non fiables. Cette distinction est réalisée en faisant l'hypothèse que l'équation d'équilibre est vérifiée exactement et qu'elle représente bien le phénomène physique que l'on veut modéliser alors que les conditions aux limites auxquelles nous avons accès peuvent être entachées d'erreurs. Ces erreurs peuvent provenir de l'expérimentation et correspondre à un bruit de mesure. La méthode inverse proposée, qui n'est pas spécifique au problème modèle, repose donc sur l'idée de rechercher parmi toutes les solutions de l'équilibre (dans ce cas l'opérateur n'est pas perturbé) celle qui s'approche au mieux des conditions aux limites accessibles à la mesure, c'est à dire de définir la solution du problème de Cauchy en tant qu'élément proximal et permettre la relaxation, ainsi que le débruitage, des données.

Nous avons ensuite montré que la méthode de régularisation évanescence n'est pas une méthode spécifique à la résolution du problème de Cauchy associé à l'équation de Laplace, mais qu'elle est généralisable pour résoudre des problèmes de complétion de données régis par d'autres opérateurs elliptiques. Elle a notamment été utilisée en mécanique des solides, pour la résolution de problèmes de complétion de données en élasticité linéaire. Nous avons ensuite présenté la méthode de complétion de données comme un préalable à l'identification. Elle est, par exemple, combinée, à la méthode d'écart à la réciprocité, pour l'identification de fissures à partir de mesures thermiques, lorsque les données de température et de flux de chaleur ne sont pas accessibles sur toute la frontière du domaine. Elle a aussi permis a posteriori, l'identification de frontières inconnues comme par exemple des zones de contact ou l'identification de paramètres comme le coefficient de frottement qui intervient dans la loi de Coulomb.

Lors de la thèse de Laetitia Caillé, qui se terminera fin 2018, la méthode inverse a été implémentée avec une nouvelle méthode numérique (la méthode des solutions fondamentales) et appliquée à différents problèmes de la physique gouvernés par des équations aux dérivées partielles. Elle a ensuite été étendue à la résolution de problèmes de complétion de données pour lesquels on dispose de mesures (partielles) de champs à l'intérieur du domaine étudié. Cette nouvelle approche est implémentée numériquement en élasticité linéaire et est appliquée pour interpréter des mesures expérimentales issues d'essais réalisés en collaboration avec le laboratoire de Mécanique Gabriel Lamé de l'INSA Centre Val de Loire. A partir de mesures partielles de champ de déplacements sur une zone centrale de l'éprouvette sollicitée, nous identifions le champ de déplacements sur tout le domaine ainsi que les conditions aux limites inaccessibles à la mesure.

Travaux de thèse envisagés

Les travaux de thèse envisagés peuvent se répartir en deux grandes parties complémentaires. Une partie théorique et numérique où il s'agira d'améliorer les performances et d'étendre les domaines d'application de la méthode de régularisation évanescence et une partie ayant une composante expérimentale où la méthode sera utilisée pour interpréter les données recueillies lors d'expériences.

Amélioration des performances et extension des domaines d'application de la méthode

Dans cette première partie, il s'agirait tout d'abord de poursuivre les travaux théoriques et numériques sur le développement de la méthode inverse à régularisation évanescence avec, en particulier, la mise en place de modélisations et de méthodes numériques encore plus performantes. Ce développement de méthodes numériques pourra éventuellement se faire dans le cadre de la collaboration internationale, que nous avons avec le Professeur Liviu Marin de l'Université de Bucarest. Les travaux théoriques et numériques concerneront aussi l'extension de la méthode de régularisation évanescence à d'autres problèmes de la physique modélisés par des équations aux dérivées partielles. Comme par exemple les problèmes, où l'on recherche les solutions stationnaires de l'équation de propagation des ondes. Ces problèmes sont rencontrés dans le domaine médical ou en acoustique. La méthode pourra aussi être étendue à la résolution des problèmes de complétion de données en vibrations qui permettra en particulier de décrire les conditions aux limites entre les éléments d'une structure vibrante. Les travaux de thèse s'attacheront aussi à l'extension des champs d'application à des problèmes de contrôle non destructif, comme l'identification de défauts (fissures, inclusions, trous, hétérogénéités, tumeurs...).

Interprétation de données expérimentales par la méthode de régularisation évanescence

Dans cette partie, nous nous attacherons à démontrer l'intérêt des méthodes inverses en les appliquant à des cas concrets où les données sont issues d'expériences (réalisées dans d'autres laboratoires avec qui nous collaborons). En effet, avec les progrès récents de la métrologie, les travaux expérimentaux ont une instrumentation de plus en plus importante voire surabondante (caméra, capteurs de vitesse, capteurs de déplacement, jauges de déformation supplémentaires,...). L'utilisation couplée de techniques inverses et de méthodes numériques (corrélation d'images, segmentation d'images,...) ou analytiques doit permettre une analyse plus fine des essais et un recalage des modèles.

Objectifs et perspectives

En conclusion, les objectifs scientifiques de cette thèse sont :

- de poursuivre le développement théorique et numérique des méthodes inverses et en particulier celui de la méthode inverse à régularisation évanescence
- de montrer l'intérêt de ces méthodes pour interpréter des données d'expérimentales

Ces travaux doivent donc contribuer à :

- démontrer la complémentarité des recherches à caractère fondamental, en modélisation et à caractère expérimental,
- lever des verrous scientifiques habituellement rencontrés par les équipes de recherche à dominante expérimentale en ce qui concernent les modélisations mathématique, mécanique et numérique,
- orienter des recherches à caractère fondamental vers des applications réelles, en utilisant des données issues de situations concrètes.

Bibliographie

L. Caillé, F. Delvare, L. Marin, N. Michaux-Leblond, *Fading regularization MFS algorithm for the Cauchy problem associated with the two-dimensional Helmholtz equation*, International Journal of Solids and Structures, 125, 122-133, 2017

L. Caillé, J.L. Hanus, F. Delvare, N. Michaux-Leblond, *MFS fading regularization method for identification of boundary conditions from partial elastic displacements field data*, soumis à European Journal of Computational Mechanics 2017.

A. Cimetière, F. Delvare, F. Pons, *Une méthode inverse avec régularisation évanescence*, C.R. Acad. Sci. Paris Tome IIb, 328, 639-644, 2000.

A. Cimetière, F. Delvare, M. Jaoua, F. Pons, *Solution of the Cauchy problem using iterated Tikhonov regularization*. Inverse Problems, 17, 553-570, 2001.

F. Delvare, A. Cimetière, *Unique discrete harmonic continuation and data completion problems using the fading regularization method*. Numerical Algorithms, 75, 731-751, 2017

F. Delvare, A. Cimetière, J.L. Hanus, P. Bailly, *An iterative method for the Cauchy problem in linear elasticity with fading regularization effect*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199, 49-52, 3336-3344, 2010.

L. Marin, F. Delvare, A. Cimetière, *Fading regularization MFS algorithm for inverse boundary value problems in two-dimensional linear elasticity*. International Journal of Solids and Structures 78–79, 9-20, 2016

Profil souhaité

Le candidat doit être titulaire, ou être en cours de préparation, d'un diplôme conférant le grade de Master (Master 2 recherche en Mécanique ou en Mathématiques Appliquées) ou d'un titre d'ingénieur à dominante mécanique ou mathématique.

Modalités Pratiques

Laboratoire universitaire: Laboratoire de Mathématiques Nicolas Oresme (LMNO) UMR 6139, Equipe Modélisation et Applications. Université de Caen Normandie.

Directeur de thèse : Franck Delvare

Co-encadrante: Nathalie Michaux-Leblond

Lieu : Caen (14)

Début, durée et financement: Thèse qui débutera en septembre/octobre 2018 avec un financement de 3 ans à 100 % de la Région Normandie

Contact

Pour tout renseignement complémentaire, ou pour présenter votre candidature, merci de contacter, Franck Delvare, franck.delvare@unicaen.fr